奇数と偶数の並びかえ・１

４けたの整数にたいして，となりあう数が奇数どうしか偶数どうしならかけ算をし，奇数と偶数ならたし算をします。０も偶数とします。例えば，３５２５なら３×５＋２＋５＝２２，２３５５なら２＋３×５×５＝７７，１０９８なら１＋０＋９＋８＝１８です。

ある４けたの整数と,その整数の各位の数を並びかえてできるすべての４けたの整数にこの計算を行ったところ， 答えは７，８，１３，１４の４通りになりました。ある４けたの整数に現れる４つの数を答えなさい。

奇数と偶数の並びかえ・１　０，１，６，７

ある４けたの整数に現れる４つの数を○，△，□，☆とします。○，△，□，☆が奇数・偶数のどちらであるのかをまず考えます。

○，△，□，☆がすべて偶数か，すべて奇数の場合

どのように並びかえても計算の答えは○×△×□×☆の１通りですから，条件を満たしません。

○，△，□，☆のうち，３つが奇数で１つが偶数の場合

○，△，□の３つが奇数，☆が偶数とします。並びかえてできる整数は，次のようになります。

○△□☆…○×△×□＋☆は奇数＋偶数＝奇数

○△☆□…○×△＋☆＋□は奇数＋偶数＋奇数＝偶数

このとき，○△☆□は奇数の並びを入れかえることでいくつかの偶数の答えを作ることができますが，○△□☆は奇数の順番を入れかえても答えが変わらないので，奇数の答えが１通りしかできません。よって，条件を満たしません。

○，△，□，☆のうち，３つが偶数で１つが奇数の場合

○，△，□の３つが偶数，☆が奇数とします。並びかえてできる整数は，次のようになります。

○△□☆…○×△×□＋☆は偶数＋偶数＝奇数

○△☆□…○×△＋☆＋□は偶数＋奇数＋偶数＝奇数

よって，計算の答えが偶数になることはなく，条件を満たしません。

○，△，□，☆のうち，２つが奇数，２つが偶数の場合

○，△が奇数，□，☆が偶数とします。並びかえてできる整数は，次のようになります。

○△□☆…○×△＋□×☆は奇数＋偶数＝奇数

○□☆△…○＋□×☆＋△は奇数＋偶数＋奇数＝偶数

□○△☆…□＋○×△＋☆は偶数＋奇数＋偶数＝奇数

○□△☆…○＋□＋△＋☆は奇数＋偶数＋奇数＋偶数＝偶数

計算の答えが偶数になる２つの場合に注目します。

○＋□×☆＋△と○＋□＋△＋☆の一方は８，他方は１４となります。ここで，□と☆のどちらも０でないとすると，（□，☆）は最も小さい場合で（２，２）ですが，２×２＝２＋２より，○＋□×☆＋△と○＋□＋△＋☆の答えが等しくなってしまいます。また，（２，４）の場合，２×４＝８なので，○＋２＋４＋☆＝８より，○＝☆＝１となるので，○＋２×４＋△＝１４を満たしません。（４，４）以上では，□×☆＝１６以上，□＋☆＝８以上なので，計算の答えが８になりません。

よって，□と☆の一方は０ですから，☆＝０とします。このとき，

○＋□×☆＋△＝○＋□×０＋△＝○＋△＝８

○＋□＋△＋☆＝○＋□＋△＋０＝○＋□＋△＝１４

となるので，□＝１４－８＝６です。また，（○，△）は和が８となるので，（１，７），（３，５）のいずれかです。

（○，△）＝（１，７）の場合，

○×△＋□×☆＝１×７＋６×０＝７，□＋○×△＋☆＝６＋１×７＋０＝１３

となって，条件を満たします。

（○，△）＝（３，５）の場合，

○×△＋□×☆＝３×５＋６×０＝１５，□＋○×△＋☆＝６＋３×５＋０＝２１

となって，条件を満たしません，

以上より，０，１，６，７です。