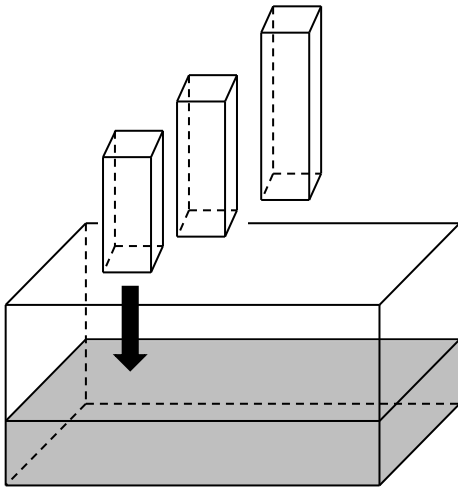


最難関問題

棒沈めの問題・異なる高さ

図のように、直方体の形をした水そうに水が入っています。この水そうに、直方体の形をした3本のおもりを順に水そうの底までまっすぐに沈めていきます。おもりは3本とも底面積は等しいのですが、高さは1本目より2本目、2本目より3本目の方がそれぞれ1 cm高くなっています。



1本目のおもりを沈めると水面は0.5 2 5 cm高くなりました。2本目のおもりを沈めると水面は $\frac{7}{12}$ cm高くなり、1本目のおもりは水面より下になりました。3本目のおもりを沈めると水面は $\frac{2}{3}$ cm高くなり、2本目のおもりは水面より下になりましたが、3本目のおもりは水面より上に出ていました。

(1) 1本目のおもりの高さは何cmですか。

(2) 水そうの底面積はおもり1本の底面積の何倍ですか。

最難関問題

棒沈めの問題・異なる高さ（１）7 cm （２）1.3 倍

（１）おもりを沈めていくと、順に図１～３のようになります。

図 1

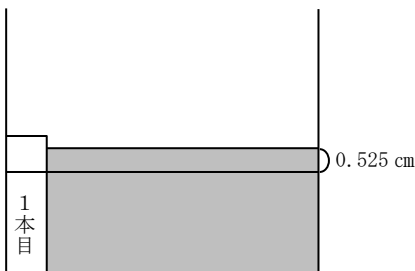


図 2

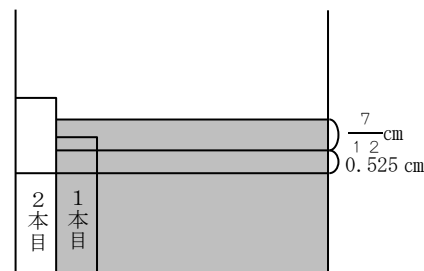


図 3

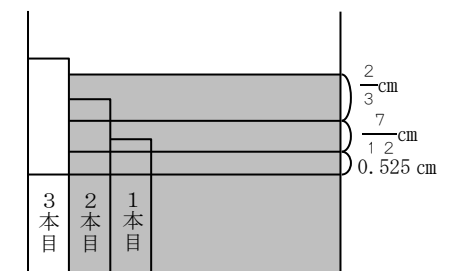


図 1～3 の影をつけた部分の底面積は、全て（水そうの底面積－おもり 1 本の底面積）ですから、等しくなります。また、図 1 と図 2 の影をつけた部分の体積の差は 1 本目のおもりの体積にあたり、図 2 と図 3 の影をつけた部分の体積の差は 2 本目のおもりの体積にあたります。よって、（1 本目のおもりの体積）：（2 本目のおもりの体積）＝ $\frac{7}{12} : \frac{2}{3} = 7 : 8$ となります。おもりの底面積はすべて等しいので、体積の比はそのまま高さの比となりますから、7 : 8 の比の差の 1 が高さの差の 1 cm にあたります。よって、1 本目のおもりの高さは 7 cm です。

最難関問題

(2) 1本目のおもりを沈めたときについて図4で考えます。図4においてあみ目部分の体積は等しいので、

1本目のおもりの最初の水面の高さまでの体積と、1本目のおもり全体の体積の比は、 $0.525 : \frac{7}{12}$
 $= 63 : 70$ となります。(1)と同様に体積の比はそのまま高さの比となりますから、比の70が7
 cm、比の63は6.3 cmとなります。よって、最初の水面の高さは6.3 cmです。

図4

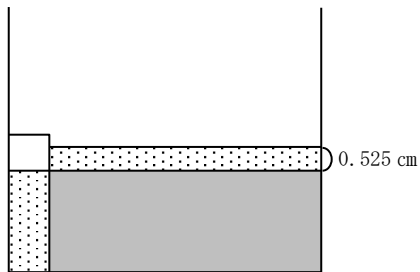
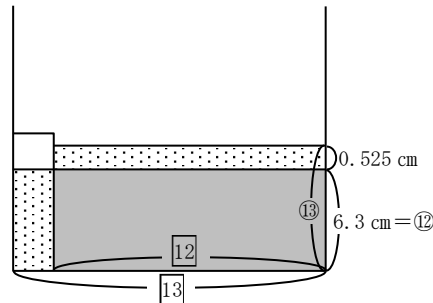


図5



1本目のおもりを沈めた後の高さは $6.3 + 0.525 = 6.825$ ですから、
 $6.3 : 6.825 = 12 : 13$ より、図5のように
 (水そうの底面積) : (水そうの底面積 - おもり1本の底面積) = $13 : 12$ となります。おもり1本の
 底面積は比の $13 - 12 = 1$ にあたりますから、水そうの底面積はおもり1本の底面積の13倍です。