受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

# 最難関問題

周転円・２

　図１のように大きい円Ｂの円周上に小さい円Ａの中心があり，円Ａの円周上の点Ｐが２つの円の中心を結ぶ直線上，円Ｂの外側にあります。この状態から，円Ａは中心が円Ｂの円周に重なるように時計回りに一定の速さで進み，３分ごとにもとの位置に戻ってきます。また，円Ａ自身も３６秒で１回転する速さで回転し続けます。円ＡとＢの半径を組み合わせると，図２のような二等辺三角形になります。

図１

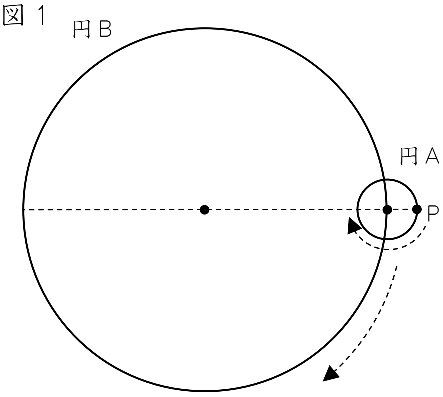
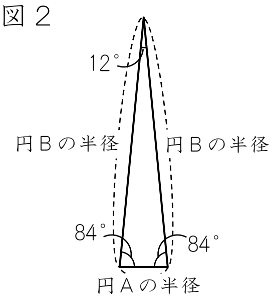



図２




（１）点Ｐが円Ｂの円周と１回目に重なるのは，円Ａが動き始めてから何秒後ですか。

（２）点Ｐが円Ｂの円周と２回目に重なるのは，円Ａが動き始めてから何秒後ですか。

（３）円Ａが動き始めてから１０分間で，点Ｐは円Ｂの円周と何回重なりますか。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

# 最難関問題

周転円・２　（１）１２秒後　（２）３３秒後　（３）２７回

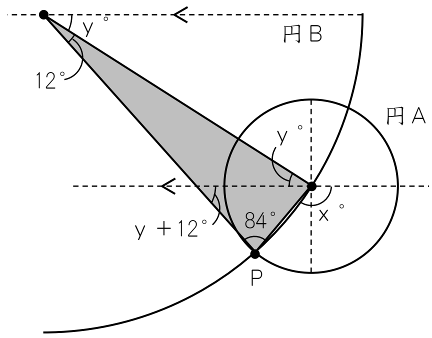
周転円とは，天動説で惑星の動きを説明するための仮説に用いられた装置です。天動説に当てはめると，円Ｂの中心が地球，点Ｐが惑星です。円Ｂは従円といい，円Ａが周転円となります。このとき，地球から惑星がどのように見えるかは，「周転円」の問題を参照してください。

（１）点Ｐが円Ｂの円周上に１回目に重なるとき，点Ａ自身が回転した角度をｘ，円Ｂの中心に対して円Ａの中心が進んだ角度をｙとします。図①のように円Ａの中心を通って，最初に円ＡとＢの中心を結んだ直線と平行な直線を引くと，ｘ＝ｙ＋１２＋８４＝ｙ＋９６であることがわかります。円Ａは１秒間に，３６０÷３６＝１０（度）回転します。

また，円Ａの中心は，３分＝１８０秒であることから，１秒間に３６０÷１８０＝２（度）進みます。

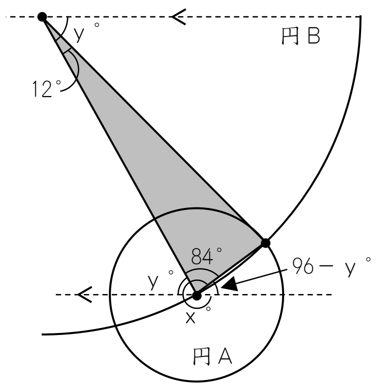
よって，９６÷（１０－２）＝１２（秒後）に点Ｐは１回目に円Ｂの円周と重なります。

図①




（２）（１）と同様に平行な直線を引くと，図②のようになります。このとき，ｘ＝３６０－（９６－ｙ）＝２６４＋ｙとなるので，２６４÷（１０－２）＝３３（秒後）に点Ｐは２回目に円Ｂの円周と重なります。

図②



# 最難関問題

（３）（１）（２）より，ｘとｙの差が問題であることがわかるので，円Ａが初めの位置から移動せずに，１秒間に１０－２＝８（度）の速さでその場で回転すると考えることができます。すると，図③のように初めの位置から１８０－８４＝９６（度）進んだ位置と９６＋８４×２＝２６４（度）進んだ位置に点Ｐがくるたびに円Ｂの円周と重なることがわかります。円が１回転するのは，３６０÷８＝４５（秒）であり，４５秒間のうちの１２秒後と３３秒後に点Ｐは円Ｂの円周と重なります。１０分＝６００秒ですから，６００秒÷４５秒＝１３回余り１５秒より，２×１３＋１＝２７（回）重なります。

図③