

最難関問題

方眼上の道のり

方眼上で直線と直線が交わる場所に、3点P, Q, Rを置き、直線をたどっていったときの点と点の間の道のりをもとめます。例えば、図1の場合は、PとQの間が8, QとRの間が5, RとPの間が9なので、小さい順に並べて、(5, 8, 9)となります。

図1

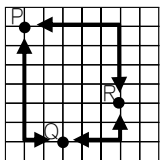


図2

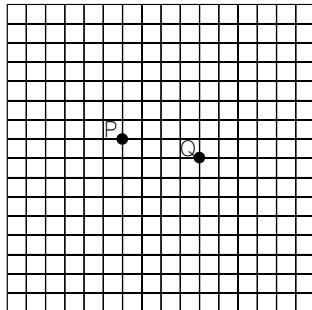
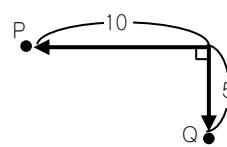


図3



(1) 図2のように点P, Qを置いてから、点Rを置いたところ、道のりが(3, 4, 5)になりました。図2において、点Rの位置として考えられるところに○印をつけなさい。

(2) 点P, Qを図3のように15の道のりで置いてから、点Rを置いたところ、道のりが(15, 17, 22)になりました。点Rの位置として考えられる場所は、何か所ありますか。

(3) 点P, Qを30の道のりで置きました。このとき、道のりが(30, 45, 49)になるように点Rを置こうとしたところ、点Rの位置として考えられる場所は、か所ありました。に入る最も大きい数を答えなさい。

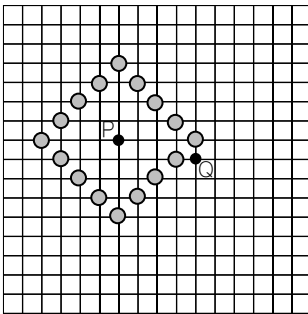
(4) 点P, Qをの道のりで置きました。このとき、道のりが(, + 12, + 21)になるように点Rを置こうとしたところ、点Rの位置として考えられる場所は(× 3 - 13)か所ありました。このとき、にあてはまる数を答えなさい。ただし、点P, Qは図2や3のように、真横や真上・真下に並んでいないものとします。

最難関問題

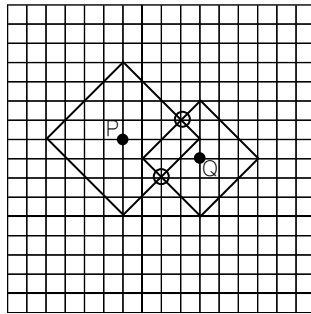
方眼上の道のり (1) 解説の図④参照 (2) 28か所 (3) 68 (4) 25

(1) 点Pから4の道のりの位置に印をつけると、図①の影をつけた○になります。影をつけた○は正方形の辺上に並びます。これらのうちで、点Qから3の道のりの位置を選べばよいので、図②の2か所になります。同様に、点Pから3、Qから4の道のりの位置は図③のようになりますから、図④が答えとなります。

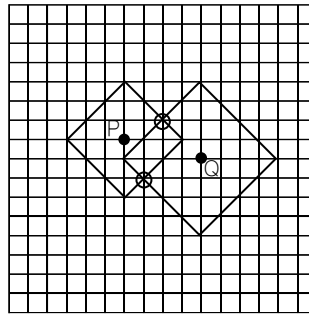
図①



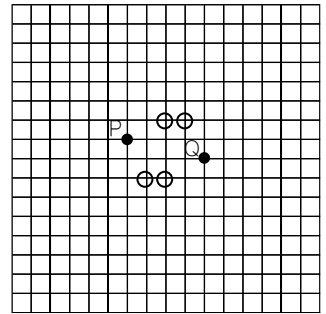
図②



図③

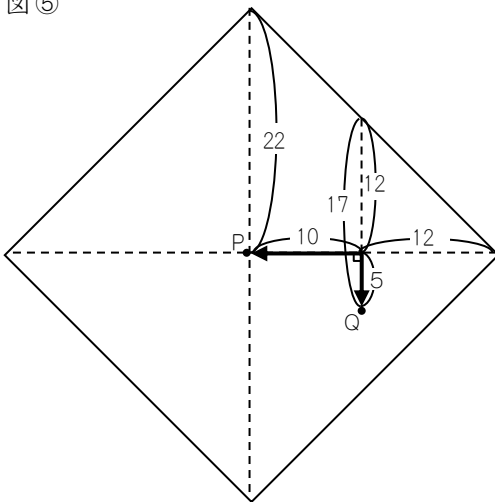


図④

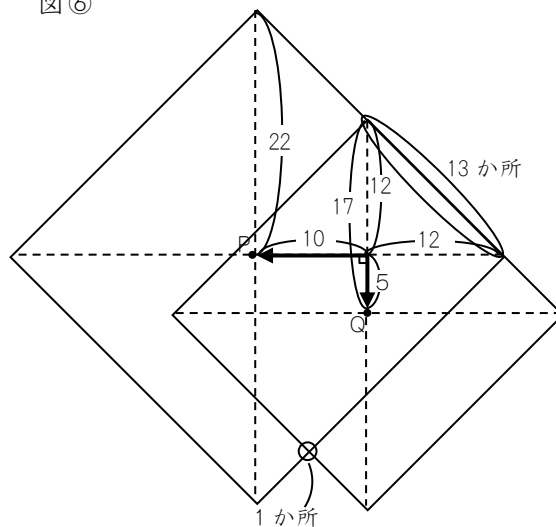


(2) (1) の結果から、4か所になりそうですが、しっかりと検証をしてみます。点Pから22の道のりの場所は、図⑤の正方形の辺上に並びます。ここで点Qから真上に17の道のりの場所を考えると、ちょうど点Pから22の道のりの正方形の辺に重なります。よって、図⑥のように2つの正方形は辺が重なって、点Pから22、点Qから17の道のりの場所は、 $13 + 1 = 14$ (か所) になります。

図⑤



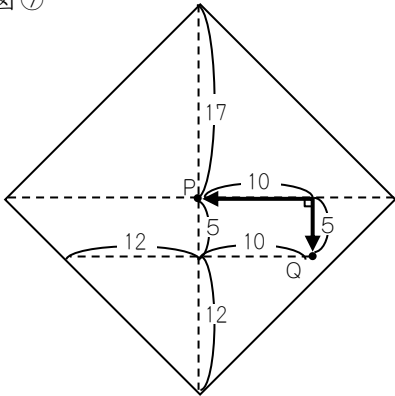
図⑥



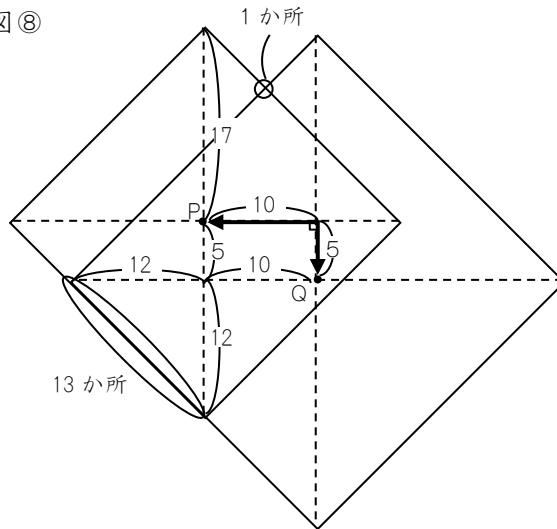
最難関問題

点Pから17, 点Qから22の道のりの場所を示す正方形も, 図⑦, ⑧のように辺が重なって,
 $13 + 1 = 14$ (か所) になります。

図⑦



図⑧



以上より, 点Rの位置として考えられる場所は, $14 \times 2 = 28$ (か所) です。

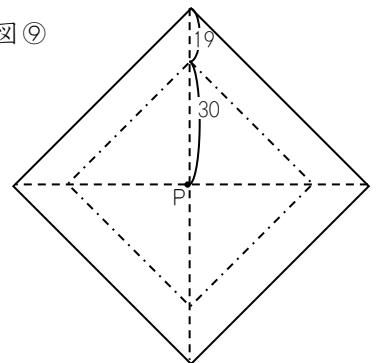
また, 図⑦と図⑧を比べると, PQを結ぶまっすぐな線のちょうど真ん中の点を中心として点対称になっています。このことに気づいていれば, 図⑦と⑧を使った検証は不要で, $14 \times 2 = 28$ (か所) と求めることができます。

(3) 図⑨のように, 点Pから30の道のりと49の道のりの正方形をかいて考えます。点Qは30の道のりの正方形の辺上にあるので, Qから45の道のりの正方形が図⑩のように, Pから49の道のりの正方形と辺が重なる位置にきたときに, 点Rの位置として考えられる場所は最も多くなります。

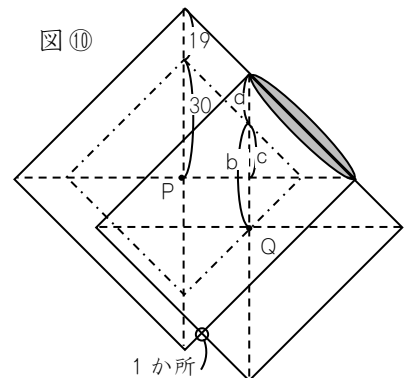
図⑩においてaは19, bは $45 - 19 = 26$, cは $26 \div 2 = 13$ となるので,

$a + c = 19 + 13 = 32$ より, 影をつけた部分で $32 + 1 = 33$ か所, 反対側で1か所の34か所が点Rの位置として考えられる場所です。(2)の最後で確認したように, 点Pから45で点Qから49の道のりの正方形を考えた場合も同じく34か所なので, $34 \times 2 = 68$ (か所) です。

図⑨



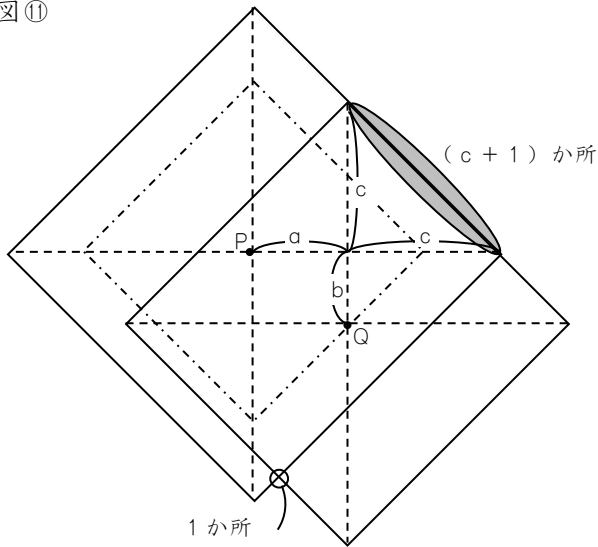
図⑩



最難関問題

(4) 図⑪のように a, b, c をとります。 a は b と等しいかより大きいものとする、3点 P, Q, R の間の道のりは、 $(a + b, b + c, a + c)$ となり、点 R の位置として考えられる場所は、 $\{1 + (c + 1)\} \times 2 = c \times 2 + 4$ (か所) となります。

図⑪



$\boxed{\text{イ}} = a + b$ であることから、

$(a + b, b + c, a + c) = (a + b, a + b + 12, a + b + 21)$ となるので、
 $c = a + 12 = b + 21, a = b + 9$, といったことがわかります。点 R の位置として考えられる場所は、
 $c \times 2 + 4 = (a + 12) \times 2 + 4 = a \times 2 + 28$ (か所) です。また、

$\boxed{\text{イ}} \times 3 - 13 = (a + b) \times 3 - 13 = (a + a - 9) \times 3 - 13 = a \times 6 - 40$ となるので、
 $a \times 2 + 28 = a \times 6 - 40$ より、 $a \times 4 = 68$ となるので、 $a = 17, b = 8$ より、

$\boxed{\text{イ}}$ は $17 + 8 = 25$ です。