受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

給水管と水面の距離

太郎くんは，容器に水を入れる問題について，疑問を持ちました。水を入れ始める図１の状態と，途中の図２の状態では，給水管から水面までの距離が異なります。距離が短くなるにしたがって水が水面に届くのにかかる時間が短くなるはずなので，水の増え方に変化が生じるのでは，と思いました。

図１

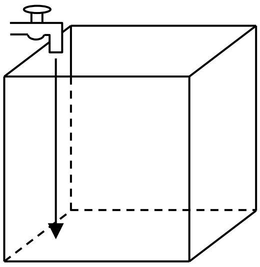
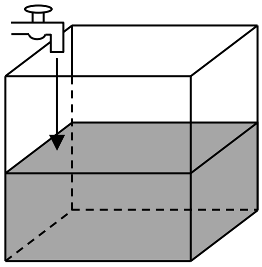


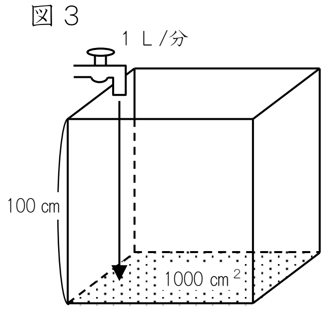
図２



そこで，次のような「思考実験」を行いました。

図３のように底面積が１０００㎠で高さが１００㎝の直方体の形をした容器の，底面から１００㎝の位置に給水口がくるように給水管を取り付けます。給水管からは毎分１Ｌの水が出て，水は加速することなく，分速１００㎝の速さで落下します。

図３



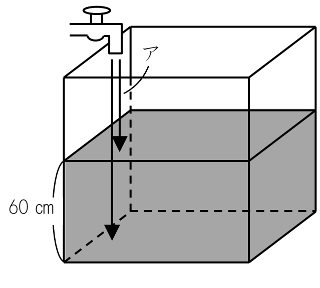
（１）水が容器の底面に届き始めてから容器が満水になるまでに，
　何分何秒間かかりますか。

（２）次に，図４のように水面の高さが６０㎝の状態を考えました。

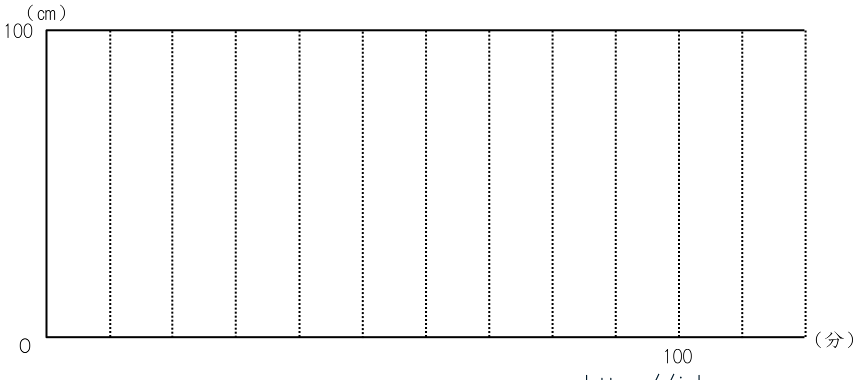
①　水がアの矢印の示す距離を落下するのに，何秒かかりますか。

②　水が容器の底面に届き始めてから図４の状態になるまでに，
　何分何秒間かかりますか。

図４



（３）給水管を開いてから，容器が満水になるまでの，時間と水面の高さの関係を表すグラフをかきなさい。



最難関問題

給水管と水面の距離　（１）９９分０秒間　（２）①２４秒　②５９分２４秒　（３）解説の図④参照

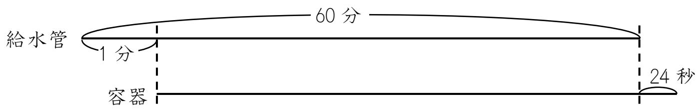
（１）水が容器の底面に届き始めるのは，給水管を開いてから１００÷１００＝１（分後）です。容器の容積は１０００×１００÷１０００＝１００（Ｌ）で，給水管から１００Ｌの水が出るのは，給水管を開いてから１００分後です。容器が満水になるとき，給水口と水面の間の距離は０㎝になるので，容器が満水になるのも給水管を開いてから１００分後です。よって，１００－１＝９９（分間）より，９９分０秒間です。

（２）

①　アの矢印の示す距離は４０㎝なので，４０÷１００＝0.4（分）より，２４秒です。

②　下の図①のように，給水管から６０Ｌの水が出るのには６０分かかります。容器に６０Ｌの水がたまるのに，６０分－１分＋２４秒＝５９分２４秒間かかります。

図①



最難関問題

（３）（１）（２）より，

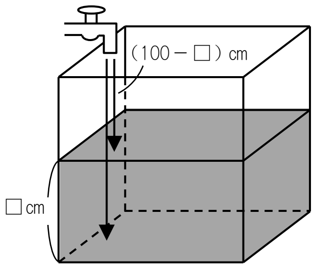
１００Ｌの水がたまる＝水面の高さが１００㎝になるのに９９分間，

６０Ｌの水がたまる＝水面の高さが６０㎝になるのに５９分２４秒＝５９.４分間の時間がかかっています。

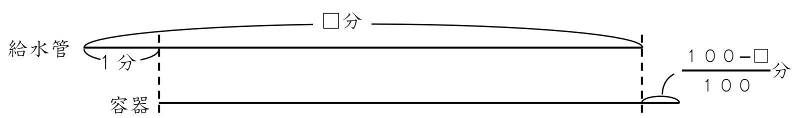
$59.4 = 99 \times \dfrac{60}{100}$ですから，水面の上昇と時間は比例していそうです。

図②のように，□Ｌの水がたまる＝水面の高さが□㎝になる場合で考えると，水面の高さが□㎝になるときの水は給水口から（１００－□）㎝落下しているので，$(100 - □) \div 100 = \dfrac{100-□}{100}$（分）かけて移動しています。よって，図③のようになって，容器の底面に届き始めてから水面の高さが□㎝になるまでの時間は，$□ - 1 + \dfrac{100-□}{100} = \dfrac{99}{100} \times □$（分間）です。

図②



図③



水面の上昇する速さは，$□ \div \left(\dfrac{99}{100} \times □\right) = \dfrac{100}{99}$（㎝／分）となって一定なので，下の図④のグラフが答えとなります。

図④