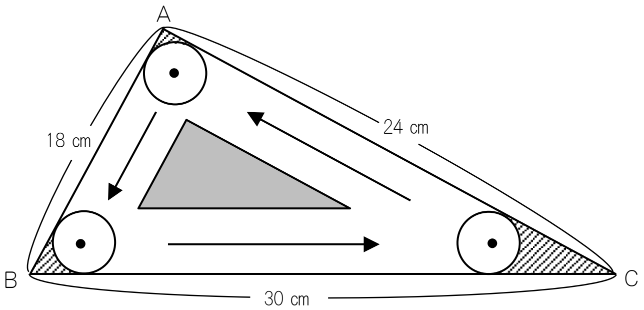
受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

円の内部移動・２

角Ａの大きさが９０度の，下の図のような直角三角形ＡＢＣの内側を，辺にそって円Ｏが一周します。このとき，三角形の内部で円Ｏが通過しない部分は，影をつけた三角形と斜線部分で，斜線部分の面積の和は１７.８７５㎝^{2}です。次の問いに答えなさい。円周率は３.１４とします。



（１）円Ｏの半径の長さを求めなさい。

（２）影をつけた三角形の３本の辺の長さをそれぞれ答えなさい。

最難関問題

円の内部移動・２　（１）２.５㎝　（２）３㎝，４㎝，５㎝

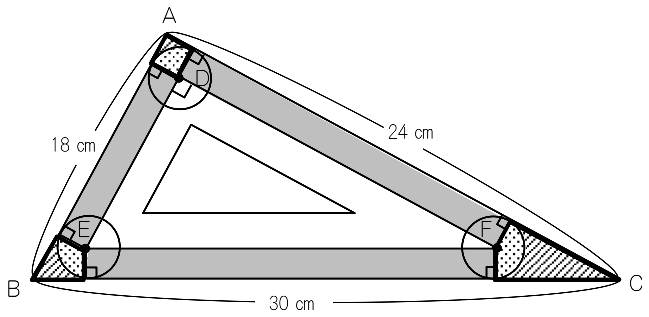
（１）図①の影をつけた部分が長方形であることから，あみ目部分のおうぎ形３個をあわせると，もとの円Ｏになります。三角形ＡＢＣは三角形ＤＥＦと相似であり，どちらも３辺の長さが１８：２４：３０＝３：４：５の直角三角形です。よって，図①の太線で囲んだ３個の四角形を組みあわせると，円Ｏがぴったり内側に入る三角形になり，しかも，３辺の長さの比が３：４：５の直角三角形になります。

そこで，図②のような３辺の長さが３㎝・４㎝・５㎝の直角三角形を考えます。この三角形の面積は，

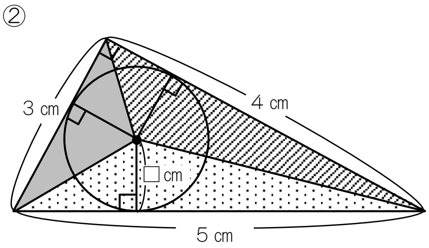
$3\times4\times\frac{1}{2}=6$（㎠）であり，ぴったり入る円の半径を□とすると，

$(3+4+5)\times\square\times\frac{1}{2}=6$ という式が成り立つので，□＝１となります。

図①

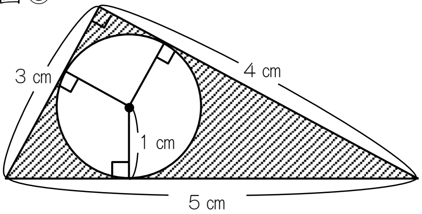


図②



このとき，図③の斜線部分の面積は $6-1\times1\times3.14=2.86$（㎠）になります。図①の太線で囲んだ四角形を合わせてできる直角三角形と図③は相似なので，$17.875:2.86=25:4$ は相似な図形の面積比にあたります。$25:4=(5\times5):(2\times2)$ より，相似比は５：２なので，円Ｏの半径の長さは，$1\times\frac{5}{2}=2.5$（㎝）です。

図③

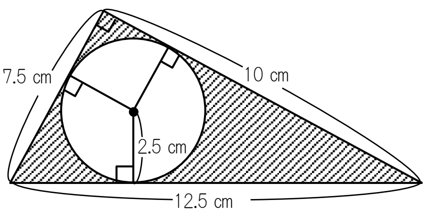


最難関問題

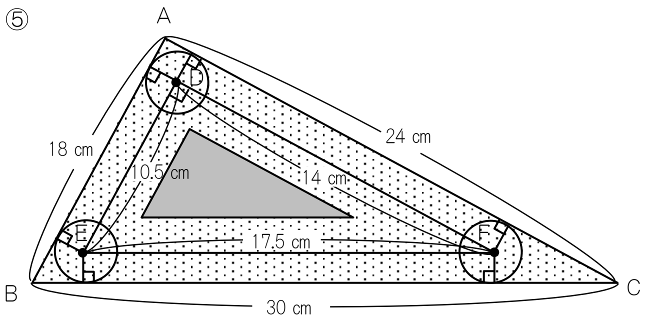
（２）円Ｏがぴったり入る，３辺の長さの比が３：４：５の直角三角形は，図④のようになります。よって，円Ｏの中心が動いたあとにあたる直角三角形ＤＥＦの３辺の長さは，図⑤のように
１８－７.５＝１０.５（㎝），２４－１０＝１４（㎝），３０－１２.５＝１７.５（㎝）です。

ここで，「道の面積＝道のセンターラインの長さ×道幅」という，いわゆるセンターラインの法則を利用すると，図⑤のあみ目部分の面積は，（１０.５＋１４＋１７.５）×（２.５×２）＝２１０（㎝^{2}）になります（センターラインの法則を用いなくても，ていねいに相似を利用してこの値は求めることができますが，その手順はこの問題の本筋ではないので省きます）。

図④



図⑤



三角形ＡＢＣの面積は，１８×２４×$\frac{1}{2}$＝２１６（㎝^{2}）なので，影をつけた三角形の面積は，
２１６－２１０＝６（㎝^{2}）です。影をつけた三角形も３辺の長さの比が３：４：５の直角三角形であり，図②の直角三角形の面積がちょうど６㎝^{2}なので，３辺の長さは，３㎝，４㎝，５㎝です。