

## 最難関問題

### 小数の割り算と余り

$3.3 \div \square = 0.5$  余り  $0.7$  のとき、 $\square = (3.3 - 0.7) \div 0.5 = 5$  となりますが、 $3.3$  を  $5$  で小数第 1 位まで割ると  $0.6$  余り  $0.3$  となるので、 $\square$  に  $5$  を入れても正しい式にはなりません。以下では、このような正しくない式は考えないこととします。

- (1)  $A \div B = 1$   $0.9$  余り  $0.5$  のとき、 $B$  にあてはまるもっとも小さい整数を答えなさい。ただし、 $B$  は整数であることとします。
- (2)  $6.6 \div B = C$  余り  $0.3$  のとき、 $B$ 、 $C$  にあてはまる数の組をすべて答えなさい。ただし、 $B$  は整数で、 $C$  は  $18.2$  や  $0.3$  のように、小数第 1 位まである小数とします。 $3.0$  のような数は含めません。
- (3)  $6.6 \div B = C$  余り  $0.3$  のとき、 $B$ 、 $C$  にあてはまる数の組は全部でいくつありますか。ただし、 $B$  は整数で、 $C$  は小数第 2 位まである小数とします。 $2.50$  のような数は含めません。
- (4)  $6.6 \div B = C$  余り  $0.3$  で、 $B$  は整数、 $C$  は小数第  $N$  位まである小数とします。 $N$  をある数以上にすると、 $B$ 、 $C$  にあてはまる数の組の個数は増えなくなります。それは  $N$  がいくつのときであり、そのときの数の組は何組ですか。

## 最難関問題

小数の割り算と余り (1) 6

(2) (63, 0.1), (21, 0.3), (9, 0.7), (7, 0.9)

(3) 10組

(4)  $N=5$ , 14組

(1)  $B=1$  のときは、余りが出ません。 $B=2$  のとき、 $A=10.9 \times 2 + 0.5 = 22.3$  ですが、 $22.2 \div 2 = 11.1$  余り  $0.1$  となって条件を満たしません。このときの筆算を観察すると、割る数が  $2$  で小数第  $1$  位まで割るとき、余りは  $2 \times 0.1 = 0.2$  より小さくなるのがわかります。

よって、 $B$  は  $6$  以上の整数となります。 $B=6$  のとき、 $A=10.9 \times 6 + 0.5 = 65.9$  となり、 $65.9 \div 6 = 10.9$  余り  $0.5$  となり、条件を満たします。

(2) (1) より、 $B$  は  $4$  以上の整数であることがわかります。また、小数第  $1$  位まで割るということは、 $6.6$  を  $66$ 、余りを  $4$  としたときの割り算を参考にできるということです。

$66 \div b = c$  余り  $3$  とすると、 $b$  と  $c$  の積は  $66 - 3 = 63$  ですから、 $b$  が  $4$  以上となるのは、 $(b, c) = (63, 1), (21, 3), (9, 7), (7, 9)$  の場合です。

$B$  と  $C$  の積は  $6.3$  ですから、答えは  $(63, 0.1), (21, 0.3), (9, 0.7), (7, 0.9)$  となります。

(3) (2) と同様に考えると、 $660 \div b = c$  余り  $30$  として、 $b$  と  $c$  の積が  $660 - 30 = 630$  となり、 $b$  が  $31$  以上となるのは、 $(b, c) = (630, 1), (315, 2), (210, 3), (126, 5), (210, 6), (90, 7), (70, 9), (63, 10), (45, 14), (42, 15), (35, 18)$  の場合です。ただし、 $(b, c) = (63, 10)$  のときは  $(B, C) = (63, 0.10)$  となるので、条件を満たしません。よって、 $10$  組です。

(4)  $c$  の値に注目を見ると、 $63 \div 3 = 21$  より、 $20$  以下であることがわかります。また、 $b$  と  $c$  の積は  $6.3$  に  $10$  をいくつかかけたものですから、素因数分解をしたときには  $2 \times 2 \times \dots \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times \dots \times 5 \times 7$  となります。 $20$  以下の整数のうちでこれらの組合せから作ることができない数は、 $11, 13, 17, 19$  の  $4$  個です。また、 $c$  が  $10, 20$  であるときも条件を満たしません。よって、 $c$  は最大で  $20 - (4 + 2) = 14$  (個) です。また、 $14$  個の  $c$  のうちで  $2$  か  $5$  を最も多く使うのは、 $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$  です。 $63 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \div 6.3 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$  ですから、 $N=5$  のときの  $14$  組が最大です。