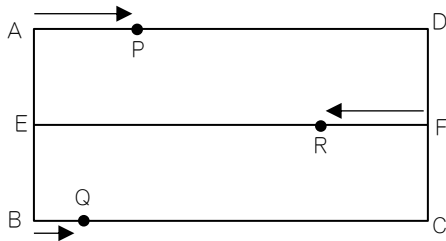


最難関問題

シャドウのダイヤグラム

下の図の長方形 $ABCD$ において辺 AD の長さは 12 cm で、点 E 、 F はそれぞれ辺 AB 、 CD を二等分しています。

- ・点 P は頂点 A から出発して毎秒 3 cm の速さで辺 AD 上を往復し続けます。
- ・点 Q は頂点 B から出発して毎秒 1 cm の速さで辺 BC 上を往復し続けます。
- ・点 R は点 F から出発して毎秒 3 cm の速さで FE 上を往復し続けます。



3点 P 、 Q 、 R が同時に出発するとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 3点 P 、 Q 、 R が1回目に一直線上に並ぶのは、出発してから何秒後ですか。
- (2) 3点 P 、 Q 、 R が2回目に一直線上に並ぶのは、出発してから何秒後ですか。
- (3) 3点 P 、 Q 、 R が100回目に一直線上に並ぶのは、出発してから何秒後ですか。

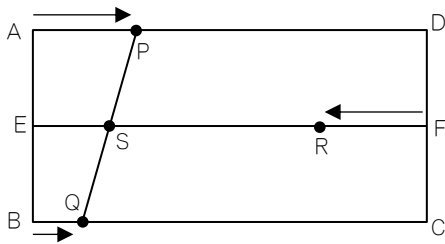
最難関問題

シャドウのダイヤグラム (1) 2.4秒後 (2) 6秒後 (3) 398.4秒後

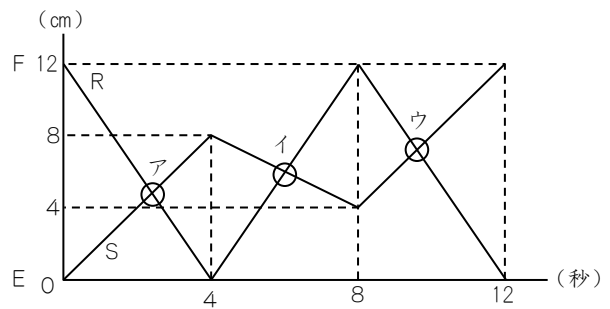
この問題は、シャドウの動きを真正面から扱おう、という教科書的な発想に基づいています。そのため設定はシンプルで、他の問題に比べるとかなり落ち着いた難易度になっています。

図①のように直線PQとEFの交点をSとします。点Sは点P、Qの動きにもなってEF上を移動します。最初の12秒間について、点RとSの、点Eからの距離をグラフにすると、図②のようになります。点RとSが重なるとき(ア、イ、ウの3回)に、3点P、Q、Rは一直線に並びます。

図①



図②



(1) 図②のアを求めて、2.4秒後です。

(2) 図②のイを求めて、6秒後です。

(3) 12秒後から24秒後にかけての点RとSの位置は、図②を左右対称にしたグラフで表すことができます。24秒間でRとSは6回重なるので、 $100 \div 6 = 16$ 余り 4 より、 $24 \times 16 = 384$ (秒後) までにRとSは $6 \times 16 = 96$ (回) 重なっています。そこから、ア、イ、ウ、ウの順で4回重なればよいので、 $384 + 12 + 2.4 = 398.4$ (秒後) です。