

最難関問題

正八角形の分割・5

図1～3は1辺の長さが4 cmの正八角形を直線で区切ったものです。斜線部分の面積の和について、解答らんにあわせて答えなさい。なお、斜線部分の面積の和が正八角形のちょうど何倍かにあたる場合は、解答らんの残りは空らんにしなさい。

図1

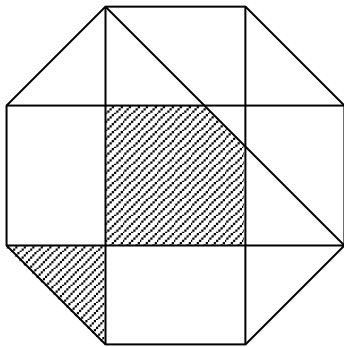


図2

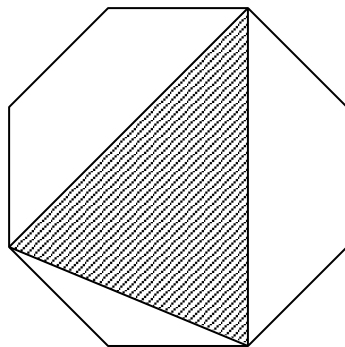
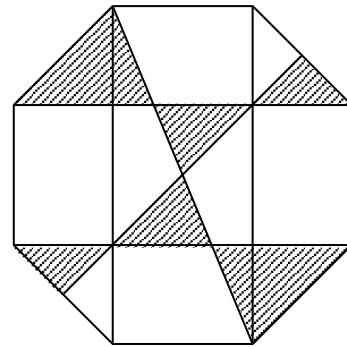


図3



(1) 図①の斜線部分の面積の和は正八角形の面積の 倍より cm^2 大きい・小さい

(2) 図②の斜線部分の面積の和は正八角形の面積の 倍より cm^2 大きい・小さい

(3) 図③の斜線部分の面積の和は正八角形の面積の 倍より cm^2 大きい・小さい

最難関問題

正八角形の分割・5

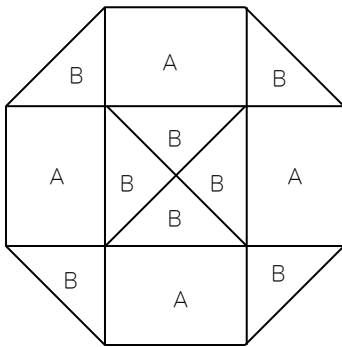
- (1) $\frac{1}{4}$ 倍 (2) $\frac{3}{8}$ 倍より 4 cm^2 大きい (3) $\frac{3}{8}$ 倍より 8 cm^2 小さい

正八角形は、図①のように長方形A 4個と直角二等辺三角形B 8個に分割できるので、その面積は $A \times 4 + B \times 8$ と考えることができます。また、B 1個の面積は $4 \times 2 \times \frac{1}{2} = 4\text{ (cm}^2\text{)}$ です。

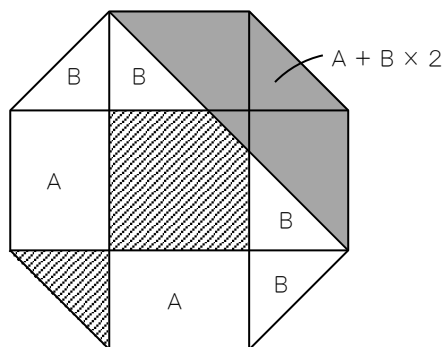
(1) 図②のように、斜線を除く部分の面積の和は、 $A \times 3 + B \times 6$ なので、斜線部分の面積の和は、 $A + B \times 2$ ですから、 $(A \times 4 + B \times 8) \times \frac{1}{4} = A + B \times 2$ となるので、 $\frac{1}{4}$ 倍です。

(2) 図③のように、斜線を除く部分の面積の和は、 $A \times 2.5 + B \times 4$ なので、斜線部分の面積の和は、 $A \times 1.5 + B \times 4$ ですから、 $(A \times 4 + B \times 8) \times \frac{3}{8} = A \times 1.5 + B \times 3$ よりも、B 1個分、つまり 4 cm^2 大きいこととなります。よって、 $\frac{3}{8}$ 倍より 4 cm^2 大きい、という答えになります。

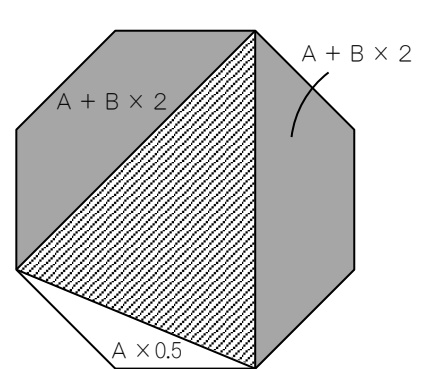
図①

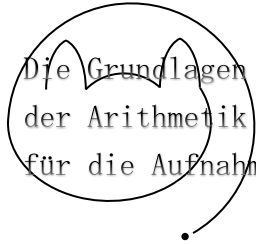


図②



図③





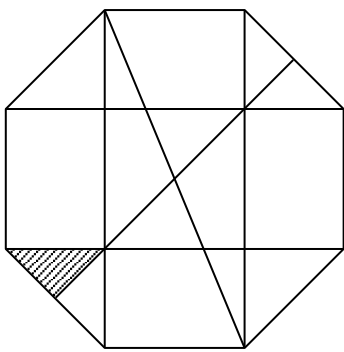
最難関問題

(3) 図④の斜線部分は、2個でB 1個分の面積になります。

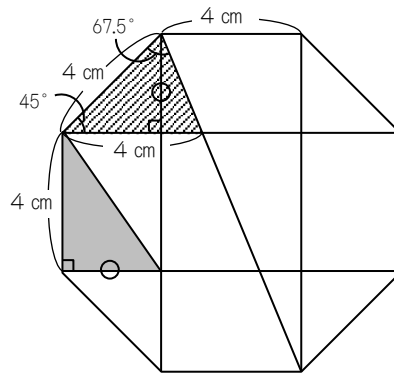
図⑤の斜線部分の三角形は、内角が45度と $135 \div 2 = 67.5$ (度)になることから、残りの角の大きさも $180 - (45 + 67.5) = 67.5$ (度)となるので、二等辺三角形です。斜線部分の二等辺三角形も影をつけた部分の直角三角形も、面積が $4 \times \bigcirc \div 2$ によって求められるので、面積は等しくなります。影をつけた部分は2個でA 1個分の面積になるので、斜線部分の二等辺三角形も2個でA 1個分の面積になります。

図⑥の斜線部分の三角形は、図⑤の斜線部分の二等辺三角形と相似です。相似比は $4 : \bigcirc$ 、面積比は $(4 \times 4) : (\bigcirc \times \bigcirc) = 16 : 8 = 2 : 1$ なので、図⑥の斜線部分の三角形2個の面積はA 0.5個分の面積にあたります。

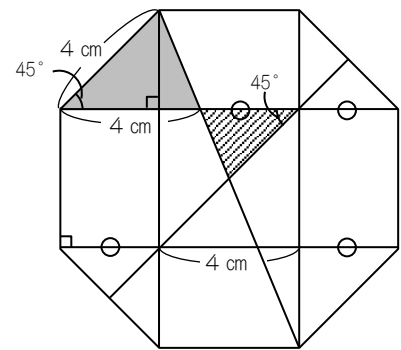
図④



図⑤



図⑥



以上より、斜線部分の面積の和は、 $A \times 1.5 + B$ です。 $(A \times 4 + B \times 8) \times \frac{3}{8} = A \times 1.5 + B \times 3$

よりも、B 2個分、つまり 8 cm^2 小さいことになります。よって、 $\frac{3}{8}$ 倍より 8 cm^2 小さい、という答えになります。