

## 最難関問題

17の倍数, 7の倍数

17の倍数は次のように見分けることができます。

○下1桁<sup>けた</sup>の数がB, それより上の桁の数がAである整数

$A \times 7$ とBの差が17の倍数である場合に17の倍数となります。たとえば2023は17の倍数ですが,  $202 \times 7 - 3 = 1411$ で, 1411は17の倍数です。

というのも, 下1桁の数がB, それより上の桁の数がAである整数は $A \times 10 + B$ であり,

$A \times 10 + B = A \times 17 + B - A \times 7$ となって,  $A \times 17$ は17の倍数なので,  $B - A \times 7$ が17の倍数であれば,  $A \times 10 + B$ も17の倍数となるからです。

○下2桁の数がB, それより上の桁の数がAである整数

$A \times 2$ とBの差が17の倍数である場合に17の倍数となります。たとえば2023では,  $20 \times 2 - 23 = 17$ です。

(1) 以上を参考に, 下3桁の数がB, それより上の桁の数がAである整数では,  $A \times \square$ とBの差が17の倍数である場合に17の倍数となります。

$\square$ にあてはまる最も小さい整数を求めなさい。また, その理由を説明しなさい。

(2) 今度は7の倍数について考えます。下3桁の数がB, それより上の桁の数がAである整数では,  $A \times \square$ とBの差が7の倍数である場合に7の倍数となります。

$\square$ にあてはまる最も小さい整数を求めなさい。

(3) 7と17の公倍数であるような, 6桁の整数 $\square 13 \triangle 27$ をすべて求めなさい。



## 最難関問題

17の倍数, 7の倍数 (1) 3, 理由は解説参照 (2) 1 (3) 313327

(1) 下3桁の数がB, それより上の桁の数がAである整数は  $A \times 1000 + B$  です。1000以上の最小の17の倍数は1003なので,  $A \times 1000 + B = A \times 1003 + B - A \times 3$  となって,  $A \times 1003$  は17の倍数なので,  $B - A \times 3$  が17の倍数であれば,  $A \times 1000 + B$  も17の倍数となります。よって,  にあてはまる最も小さい整数は3です。

(2) 1000以上の最小の7の倍数は1001なので,  $A \times 1000 + B = A \times 1001 + B - A \times 1$  となって,  $A \times 1001$  は7の倍数なので,  $B - A \times 1$  が7の倍数であれば,  $A \times 1000 + B$  も7の倍数となります。よって,  にあてはまる最も小さい整数は1です。

(3) まず, 17の倍数で  $\square 13 \triangle 27$  となるものを考えます。  $\square 13 \times 3$  は  $(\square \times 3) 39$  なので,  $(\square \times 3) 39$  と  $\triangle 27$  の差は次の2通りに分けられます。

$$\begin{array}{r} \square \times 3 \quad 3 \quad 9 \\ - \quad \triangle \quad 2 \quad 7 \\ \hline \star \quad 1 \quad 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \quad \quad \triangle \quad 2 \quad 7 \\ - \quad \square \times 3 \quad 3 \quad 9 \\ \hline \quad \quad \star \quad 8 \quad 8 \end{array}$$

よって,  $\star 12$  や  $\star 88$  の形をした17の倍数をさがします。

### $\star 12$ の場合

17の一の位の7に注目をするすると7との積の一の位が2になる1桁の整数は6のみです。よって, 17と, 一の位が6である整数の積を考えます。まず,  $17 \times 6 = 102$  です。以降は  $17 \times 10 = 170$  を順に加えていけばよいので, 272, 442, 612となるので612が条件を満たします。 $\star = 6$  なので,  $\square \times 3 - \triangle = 6$  となる組み合わせは,  $(\square, \triangle) = (3, 3), (4, 2), (5, 9)$  の3通りですから, 6桁の整数  $\square 13 \triangle 27$  は, 313327, 413627, 513927です。

### $\star 88$ の場合

17の一の位の7に注目をするすると7との積の一の位が8になる1桁の整数は4のみです。よって, 17と, 一の位が4である整数の積を考えます。まず,  $17 \times 4 = 68$  です。以降は  $17 \times 10 = 170$  を順に加えていけばよいので, 238, 408, 578, 748, 918となるのでどれも条件を満たしません。

## 最難関問題

3 1 3 3 2 7, 4 1 3 6 2 7, 5 1 3 9 2 7の中で7の倍数になるものは, 下3桁と上3桁の差が7の倍数となるので,  $327 - 313 = 14$ ,  $627 - 413 = 214$ ,  $927 - 513 = 414$ より, 3 1 3 3 2 7のみですから, 3 1 3 3 2 7だけが答えとなります。