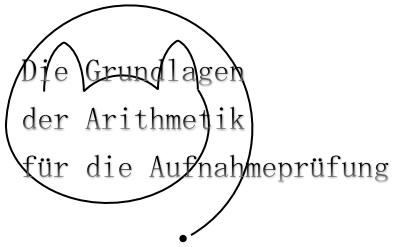


受験算数の基礎



最難関問題

整数数列と概数数列

3.14のように小数第2位まである小数を、1倍、2倍、3倍、…と整数倍した数列があります。

3.14, 6.28, 9.42, 12.56, …

この数列の整数部分だけを並べた数列と、小数第1位を四捨五入した概数を並べた数列を作ります。

整数部分の数列 3, 6, 9, 12, …

概数の数列 3, 6, 9, 13, …

3.14とは別の小数第2位まである小数について、同じように数列を作ったところ、次のようになりました。

整数部分の数列 2, 5, 8, 10, 13, 16, 19, 21, 24, 27, 30, 32, …

概数の数列 3, 5, 8, 11, 14, 16, 19, 22, 25, 27, 30, 33, …

このとき、整数部分の数列と概数の数列の、150番目に並ぶ数として考えられるものを、それぞれすべて答えなさい。

受験算数の基礎



最難関問題

整数数列と概数数列 整数部分の数列…4 0 9, 4 1 1 概数の数列…4 1 0, 4 1 1

1番目に並ぶ数は整数部分の数列が2, 概数の数列が3であることから, もとの小数は2.5以上3未満です。同様に, もとの小数を2倍した数は5以上5.5未満, 3倍した数は8以上8.5未満です。まとめると, 以下のようになります。

順番	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
整数部分	2	5	8	10	13	16	19	21	24	27	30	32
概数	3	5	8	11	14	16	19	22	25	27	30	33
以上	2.5	5	8	10.5	13.5	16	19	21.5	24.5	27	30	32.5
未満	3	5.5	8.5	11	14	16.5	19.5	22	25	27.5	30.5	33

2倍した数が5以上5.5未満であることから, もとの小数は $5 \div 2 = 2.5$ 以上, $5.5 \div 2 = 2.75$ 未満です。3番目以降も同様に調べていくことができるのですが, より効率的に解くことは可能です。

まず, ‘以上’に並ぶ数は2.5, 5, 8, 10.5, 13.5, …なので, 最初の数が2.5で, 以降は+2.5, +3をくり返していくきます。そのため, 複数の2.5と3の平均値を求める計算を行うことになるので, 3をできるだけ多く足したときにもとの数は大きくなります。よって, 11番目に注目をして, $30 \div 11 = 2.7272727\cdots$ 以上, とわかります。

次に‘未満’については, 最初の数が3で, 以降は+2.5と+3をくり返すので, 2.5をできるだけ多く足した12番目で計算をして, $32.5 \div 12 = 2.75$ 未満です。もっとも, 偶数番目は5.5, 11, 16.5, …と5.5の整数倍になっているので, どこで計算をしても2.75は求められます。

以上より, もとの数は2.727…以上2.75未満なので, 2.73か2.74です。なお, 今回数列は12番目までしか与えられていませんが, 13番目以降ももとの数について+2.5と+3の周期が続くことは保証されません。実際, もとの数が2.73の場合, $2.73 \times 13 = 35.49$ なので, 整数部分が35, 小数部分も35で35以上35.5未満となり, 周期性は崩れます。

もとの数が2.73の場合, $2.73 \times 150 = 409.5$ なので, 整数部分は409, 概数は410です。もとの数が2.74の場合, $2.74 \times 150 = 411$ なので, 整数部分は411, 概数も411です。