受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

整数数列と概数数列

　３.１４のように小数第２位まである小数を，１倍，２倍，３倍，…と整数倍した数列があります。

　　３.１４，６.２８，９.４２，１２.５６，…

この数列の整数部分だけを並べた数列と，小数第１位を四捨五入した概数を並べた数列を作ります。

整数部分の数列　　３，６，９，１２，…

概数の数列　　　　３，６，９，１３，…

　３.１４とは別の小数第２位まである小数について，同じように数列を作ったところ，次のようになりました。

整数部分の数列　　２，５，８，１０，１３，１６，１９，２１，２４，２７，３０，３２，…

概数の数列　　　　３，５，８，１１，１４，１６，１９，２２，２５，２７，３０，３３，…

　このとき，整数部分の数列と概数の数列の，１５０番目に並ぶ数として考えられるものを，それぞれすべて答えなさい。

最難関問題

整数数列と概数数列　整数部分の数列…４０９，４１１　概数の数列…４１０，４１１

１番目に並ぶ数は整数部分の数列が２，概数の数列が３であることから，もとの小数は2.５以上３未満です。同様に，もとの小数を２倍した数は５以上５.５未満，３倍した数は８以上８.５未満です。まとめると，以下のようになります。

順番	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
整数部分	2	5	8	10	13	16	19	21	24	27	30	32
概数	3	5	8	11	14	16	19	22	25	27	30	33
以上	2.5	5	8	10.5	13.5	16	19	21.5	24.5	27	30	32.5
未満	3	5.5	8.5	11	14	16.5	19.5	22	25	27.5	30.5	33

２倍した数が５以上５.５未満であることから，もとの小数は５÷２＝2.５以上，５.５÷２＝2.７５未満です。３番目以降も同様に調べていくことができるのですが，より効率的に解くことは可能です。

まず，‘以上’に並ぶ数は2.５，５，８，１０.５，１３.５，…なので，最初の数が2.５で，以降は＋2.５，＋３をくり返していきます。そのため，複数の2.５と３の平均値を求める計算を行うことになるので，３をできるだけ多く足したときにもとの数は大きくなります。よって，１１番目に注目をして，３０÷１１＝2.72727…以上，とわかります。

次に‘未満’については，最初の数が３で，以降は＋2.５と＋３をくり返すので，2.５をできるだけ多く足した１２番目で計算をして，３2.５÷１２＝2.７５未満です。もっとも，偶数番目は5.５，１１，１６.５，…と5.５の整数倍になっているので，どこで計算をしても2.７５は求められます。

以上より，もとの数は2.７２７…以上2.７５未満なので，2.７３か2.７４です。なお，今回数列は１２番目までしか与えられていませんが，１３番目以降ももとの数について＋2.５と＋３の周期が続くことは保証されていません。実際，もとの数が2.７３の場合，2.７３×１３＝３５.４９なので，整数部分が３５，小数部分も３５で３５以上３５.５未満となり，周期性は崩れます。

もとの数が2.７３の場合，2.７３×１５０＝４０９.5なので，整数部分は４０９，概数は４１０です。もとの数が2.７４の場合，2.７４×１５０＝４１１なので，整数部分は４１１，概数も４１１です。