

## 最難関問題

### 整数数列と概数数列

3.1 4 のように小数第 2 位まである小数を，1 倍，2 倍，3 倍，…と整数倍した数列があります。

3.1 4，6.2 8，9.4 2，1 2.5 6，…

この数列の整数部分だけを並べた数列と，小数第 1 位を四捨五入した概数を並べた数列を作ります。

整数部分の数列      3，6，9，1 2，…

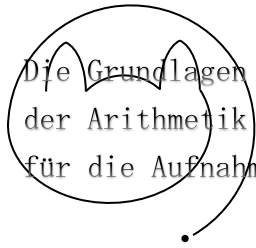
概数の数列          3，6，9，1 3，…

3.1 4 とは別の小数第 2 位まである小数について，同じように数列を作ったところ，次のようになりました。

整数部分の数列      2，5，8，1 0，1 3，1 6，1 9，2 1，2 4，2 7，3 0，3 2，…

概数の数列          3，5，8，1 1，1 4，1 6，1 9，2 2，2 5，2 7，3 0，3 3，…

このとき，整数部分の数列と概数の数列の，1 5 0 番目に並ぶ数として考えられるものを，それぞれすべて答えなさい。



## 最難関問題

整数数列と概数数列 整数部分の数列…4 0 9, 4 1 1 概数の数列…4 1 0, 4 1 1

1 番目に並ぶ数は整数部分の数列が 2, 概数の数列が 3 であることから, もとの小数は 2.5 以上 3 未満です。同様に, もとの小数を 2 倍した数は 5 以上 5.5 未満, 3 倍した数は 8 以上 8.5 未満です。まとめると, 以下ようになります。

順番	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
整数部分	2	5	8	10	13	16	19	21	24	27	30	32
概数	3	5	8	11	14	16	19	22	25	27	30	33
以上	2.5	5	8	10.5	13.5	16	19	21.5	24.5	27	30	32.5
未満	3	5.5	8.5	11	14	16.5	19.5	22	25	27.5	30.5	33

2 倍した数が 5 以上 5.5 未満であることから, もとの小数は  $5 \div 2 = 2.5$  以上,  $5.5 \div 2 = 2.75$  未満です。3 番目以降も同様に調べていくことができるのですが, より効率的に解くことは可能です。

まず, ‘以上’ に並ぶ数は 2.5, 5, 8, 10.5, 13.5, …なので, 最初の数が 2.5 で, 以降は  $+2.5$ ,  $+3$  をくり返していきます。そのため, 複数の 2.5 と 3 の平均値を求める計算を行うことになるので, 3 をできるだけ多く足したときにもとの数は大きくなります。よって, 11 番目に注目をして,  $30 \div 11 = 2.72727\cdots$  以上, とわかります。

次に ‘未満’ については, 最初の数が 3 で, 以降は  $+2.5$  と  $+3$  をくり返すので, 2.5 をできるだけ多く足した 12 番目で計算をして,  $32.5 \div 12 = 2.75$  未満です。もっとも, 偶数番目は 5.5, 11, 16.5, …と 5.5 の整数倍になっているので, どこで計算をしても 2.75 は求められます。

以上より, もとの数は  $2.727\cdots$  以上 2.75 未満なので, 2.73 か 2.74 です。なお, 今回数列は 12 番目までしか与えられていませんが, 13 番目以降ももとの数について  $+2.5$  と  $+3$  の周期が続くことは保証されていません。実際, もとの数が 2.73 の場合,  $2.73 \times 13 = 35.49$  なので, 整数部分が 35, 小数部分も 35 で 35 以上 35.5 未満となり, 周期性は崩れます。

もとの数が 2.73 の場合,  $2.73 \times 150 = 409.5$  なので, 整数部分は 409, 概数は 410 です。もとの数が 2.74 の場合,  $2.74 \times 150 = 411$  なので, 整数部分は 411, 概数も 411 です。