受験算数の基礎

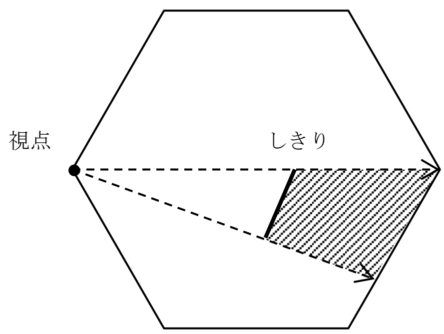
Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

見えない範囲

１辺が３㎝の正六角形の内部に，右図のように，しきりを置きます。仕切りの反対側は見えないので，●で示した視点からは斜線部分を見ることができません。

以下の問いに答えなさい。



（１）図１において見ることができない範囲の面積は１辺１㎝の正三角形の面積の何倍ですか。

（２）図２のように仕切りを２枚置いた場合，見ることができない範囲の面積は１辺１㎝の正三角形の面積の何倍ですか。

（３）図３のように，正六角形の辺と平行になるように仕切りを３枚置いた場合，２つの視点のどちらからも見ることができない範囲の面積は１辺１㎝の正三角形の面積の何倍ですか。

図１

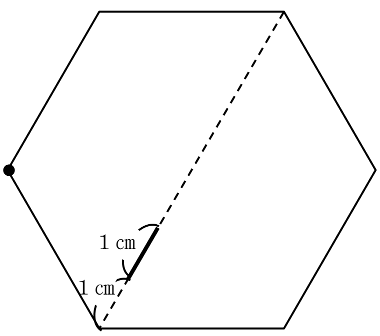


図２

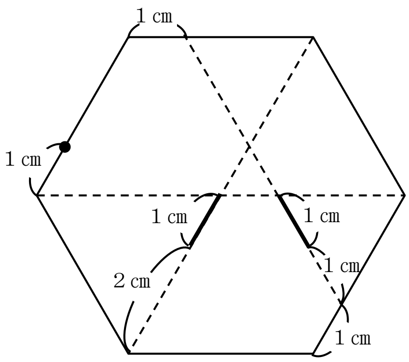
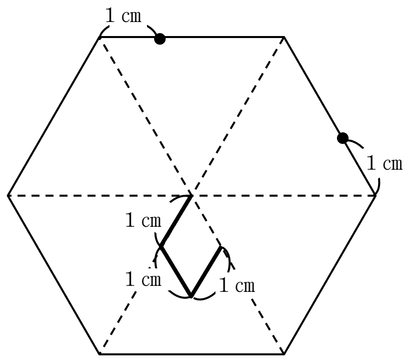


図３



受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

見えない範囲　（１）７.５倍　（２）１０.５倍　（３）$1\frac{13}{210}$倍

（１）図４のように相似を取ると，３：□＝２：１より，□＝$\frac{3\times1}{2}$＝１.５とわかります。次に，図５のように相似をとると，１：□＝３：（３×２）＝１：２より，□＝$\frac{1\times2}{1}$＝２とわかります。よって，図６のようにＢＣ＝３－１.５＝１.５（㎝），ＣＤ＝３－２＝１（㎝）となります。

図６の斜線部分が見えない範囲です。三角形ＡＢＣは底辺が１.５㎝で高さが１辺１㎝の正三角形の３倍ですから，面積は１.５×３＝４.５（倍）です。三角形ＡＣＤは底辺が１㎝で高さが１辺１㎝の正三角形の６倍ですから，面積は１×６＝６（倍）です。よって，四角形ＡＢＣＤの面積は４.５＋６＝１０.５（倍）です。影をつけた三角形ＡＥＦは底辺が１㎝で高さが１辺１㎝の正三角形の３倍ですから，面積は１×３＝３（倍）です。以上より，見えない範囲の面積は１０.５－３＝７.５（倍）となります。

図４

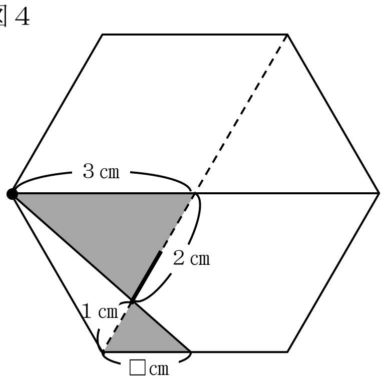


図５

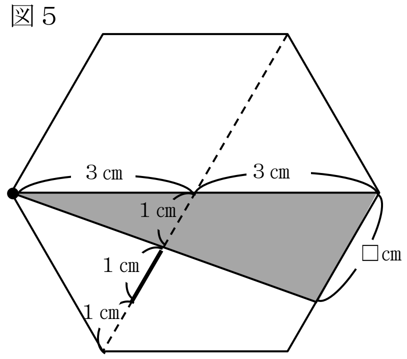
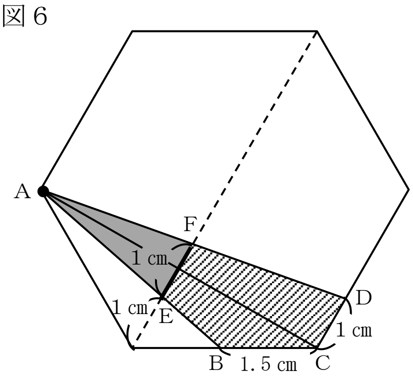


図６



最難関問題

（２）図７のように相似を取ると，１.５：□＝１：２より，□＝$\dfrac{1.5\times2}{1}$＝３とわかります。図８のように１辺４㎝の正三角形を作ると，斜線部分が１辺１㎝の正三角形であることがわかります。よって，影をつけた三角形は２：１の相似ですから，１：□＝２：１より，□＝$\dfrac{1\times1}{2}$＝０.５とわかります。

図７

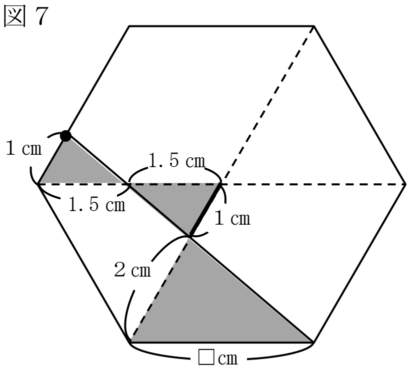


図８

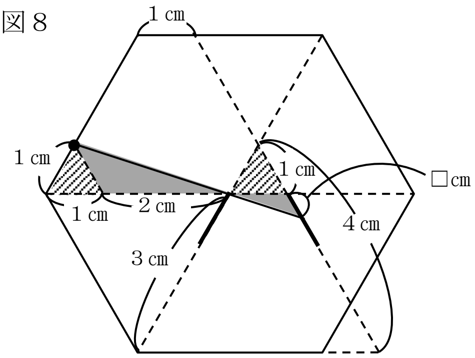


図９のように相似を取ると，１：□＝４：２＝２：１より，□＝$\dfrac{1\times1}{2}$＝０.５とわかります。以上をまとめると，見えない範囲は図１０の影をつけた部分となります。三角形ＡＣＤは底辺が２.５㎝で高さが１辺１㎝の正三角形の６倍ですから，面積は２.５×６＝１５（倍）です。三角形ＡＢＧは底辺が１㎝で高さが１辺１㎝の正三角形の３倍ですから，面積は１×３＝３（倍）です。三角形ＡＥＦは底辺が０.５㎝で，図のように平行線を引くと高さが１辺１㎝の正三角形の３倍とわかりますから，面積は０.５×３＝１.５（倍）です。

よって，見えない範囲の面積は１５－（３＋１.５）＝１０.５（倍）です。

図９

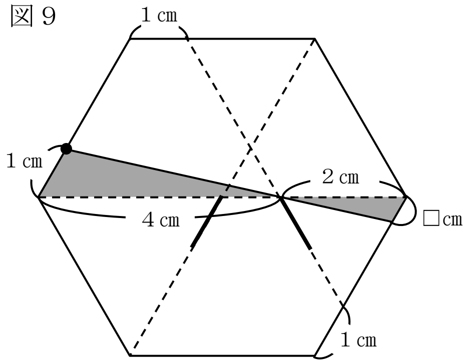
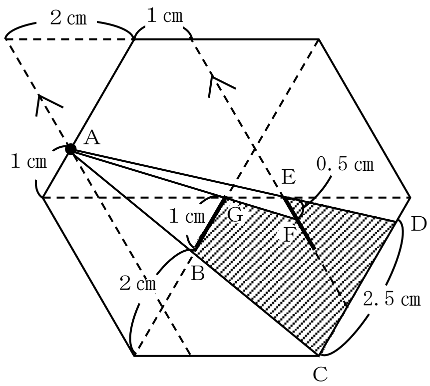


図10



最難関問題

（３）２つの視点をＰ，Ｑとすると，どちらの視点からも見えない部分は図１１のようになります。見えない部分を仕切りの外側と内側に分け，それぞれの面積を考えます。見えない部分を囲っている４つの直線をＬ，Ｍ，Ｎ，Ｋとします。

直線Ｌは，図１２の影のついた直角三角形に注目をすると，正六角形の辺に対して垂直であることがわかります。

図 11

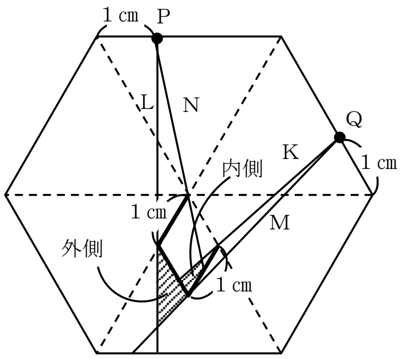
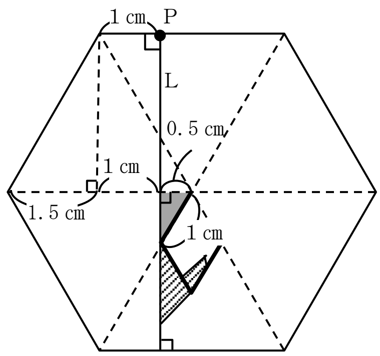


図 12



直線Ｍについて，まず図１３の相似な三角形に注目をすると，２つの三角形の高さの比が３：１であることから，相似比は３：１となります。よって，$\square = 2.5 \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{5}{6}$，$\triangle = \dfrac{5}{6} - 0.5 = \dfrac{1}{3}$となります。次に図１４の相似より，１辺１㎝の正三角形の高さを⑤とすると，高さがそれぞれ図のようになります。よって，「外側」の三角形は，図１５のように底辺が０.５㎝，高さが⑧，つまりは１辺１㎝の正三角形の⑧÷⑤＝１.６（倍）となります。よって，面積は０.５×１.６＝０.８（倍）です。

図 13

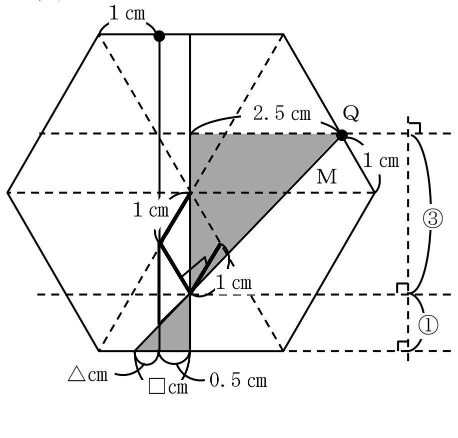


図 14

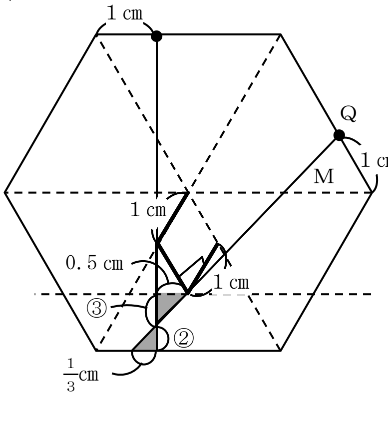
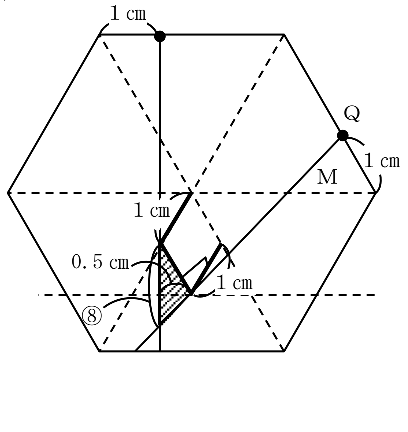


図 15



最難関問題

直線Nについて，図１６のように相似な三角形をつくると，相似比は３：１となります。④＝６㎝より，①$=6\times\dfrac{1}{3+1}=1.5$（㎝）ですから，□$=1.5-1=0.5$（㎝）です。

直線Kについては，図１７の影をつけた平行四辺形に注目をすると，網目で示した三角形が３：１の相似となるので，□$=1\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{3}$（㎝）です。

図 16

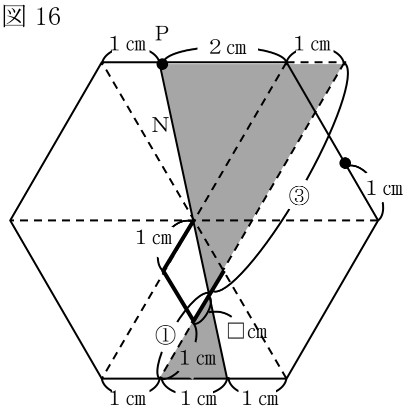
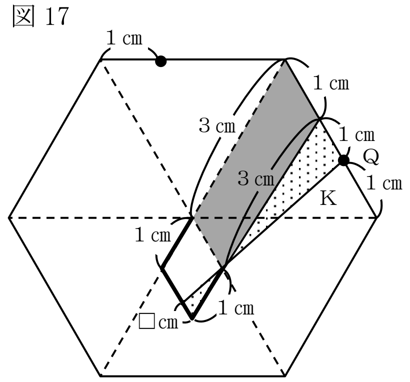


図 17



以上を用いて，内側の見えない部分の面積を求めます。図１８の相似より，③＝１㎝ですから，①$=1\times\dfrac{1}{2+1}=\dfrac{1}{3}$（㎝）です。図１９の$\dfrac{1}{2}:\dfrac{1}{6}=3:1$の相似より，□$=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{9}$（㎝）です。図２０の$\dfrac{1}{3}:\dfrac{4}{9}=3:4$の相似より，$a:b=3:4$です。よって，図２１より内側の見えない範囲である斜線部分の面積は，１辺１㎝の正三角形の$\dfrac{1}{3}\times\left(1-\dfrac{3}{3+4}\times\dfrac{1}{1+1}\right)=\dfrac{11}{42}$（倍）です。

図 18

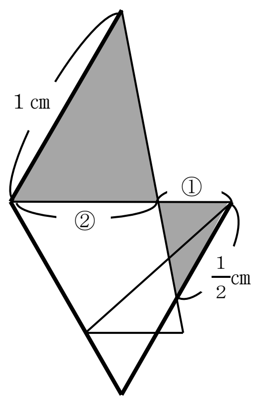


図 19

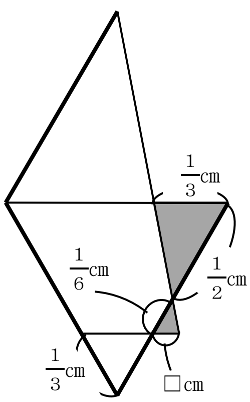


図 20

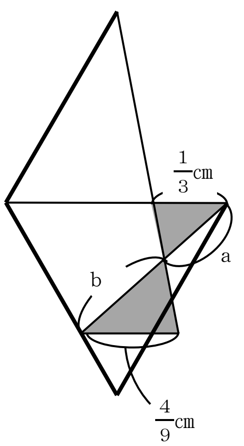
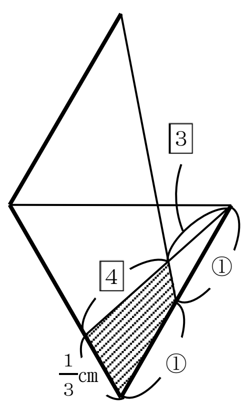


図 21



最難関問題

以上をまとめると，図２２のように見えない部分のうち外側は１辺１cmの正三角形の０.８倍，内側は１辺１cmの正三角形の$\frac{11}{42}$倍ですから，０.８＋$\frac{11}{42}$＝１$\frac{13}{210}$（倍）です。

図 22