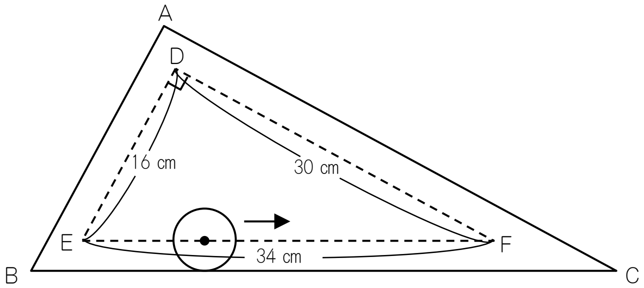
受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

円の内部移動・１

半径３㎝の円Ｏを三角形ＡＢＣの内側を辺にそって一周させたところ，円Ｏの中心が通過したあとは，図のような直角三角形ＤＥＦになりました。次の問いに答えなさい。円周率は３.１４とします。



（１）辺ＢＣの長さを求めなさい。

（２）円が通過した部分の面積を求めなさい。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

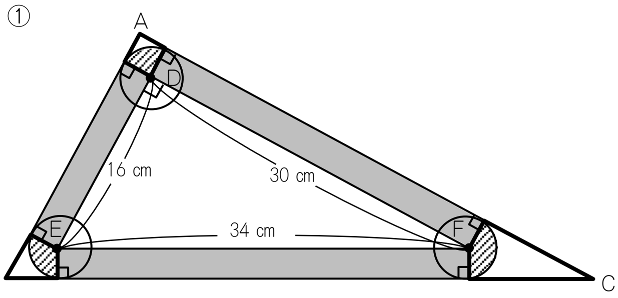
円の内部移動・１　（１）５１㎝　（２）４４８.２６$㎝^2$

（１）図①の影をつけた部分が長方形であることから，斜線部分のおうぎ形３個をあわせると，もとの円Ｏになります。三角形ＡＢＣは三角形ＤＥＦと相似であり，どちらも３辺の長さが１６：３０：３４＝５：１５：１７の直角三角形です。よって，図①の太線で囲んだ３個の四角形を組みあわせると，円Ｏがぴったり内側に入る三角形になり，しかも，３辺の長さの比が８：１５：１７の直角三角形になります。

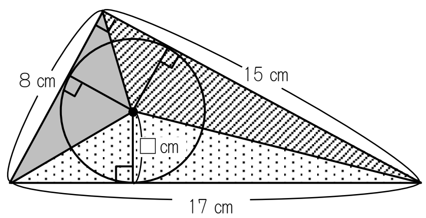
そこで，図②のような３辺の長さが８㎝・１５㎝・１７㎝の直角三角形を考えます。この三角形の面積は，$8 \times 15 \times \frac{1}{2} = 60$（$㎝^2$）であり，ぴったり入る円の半径を□とすると，

$(8+15+17) \times \square \times \frac{1}{2} = 60$という式が成り立つので，□＝３となり，ちょうど円Ｏの半径になります。よって，辺ＡＢの長さは１６＋８＝２４（㎝），辺ＢＣの長さは３４＋１７＝５１（㎝），辺ＡＣの長さは３０＋１５＝４５（㎝）です。

図①



図②



（２）「道の面積＝道のセンターラインの長さ×道幅」という，いわゆるセンターラインの法則を利用すると，

（１６＋３０＋３４）×６＝４８０（$㎝^2$）が，図③の太線で囲まれた，穴の開いた三角形の面積になります（センターラインの法則を用いなくても，ていねいに相似を利用してこの値は求めることができますが，その手順はこの問題の本筋ではないので省きます）。あみ目部分の面積は，図②の直角三角形から円Ｏを除いた部分の面積にあたるので，６０－３×３×３.１４＝３１.７４（$㎝^2$）です。よって，４８０－３１.７４＝４４８.２６（$㎝^2$）です。

図③