

最難関問題

割られる数・商・余りの積

$25 \div 7 = 3$ 余り 4 において、割られる数・商・余りの3つの整数の積は $25 \times 3 \times 4 = 300$ です。また、 $12 \div 4 = 3$ の場合は余りを 0 と考えて、割られる数・商・余りの3つの整数の積は $12 \times 3 \times 0 = 0$ となります。次の問いに答えなさい。

- (1) $A \div 7 = B$ 余り C において、3つの整数 A 、 B 、 C の積が 710 になりました。 A 、 B 、 C にあてはまる整数を求めなさい。
- (2) $A \div 11 = B$ 余り C において、3つの整数 A 、 B 、 C の積が 6528 になりました。 A 、 B 、 C にあてはまる整数を求めなさい。

最難関問題

割られる数・商・余りの積 (1) $A = 71$, $B = 10$, $C = 1$ (2) $A = 136$, $B = 12$, $C = 4$

(1) 素因数分解をすると $710 = 2 \times 5 \times 71$ です。C は $7 - 1 = 6$ 以下の整数ですから、5, 2, 1 のいずれかです。C = 1 を見落とさないように気をつけましょう。

○ C = 5 の場合

$B \times 7 + 5 = A$ であり、 $A \times B = 2 \times 71$ です。条件を満たす A, B の組はありません。

○ C = 2 の場合

$B \times 7 + 2 = A$ であり、 $A \times B = 5 \times 71$ です。条件を満たす A, B の組はありません。

○ C = 1 の場合

$B \times 7 + 1 = A$ であり、 $A \times B = 2 \times 5 \times 71$ です。 $A = 71$, $B = 2 \times 5 = 10$ のときに条件を満たします。

よって、 $A = 71$, $B = 10$, $C = 1$ とまります。

最難関問題

(2) 素因数分解をすると $6528 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 17$ です。Cは $11 - 1 = 10$ 以下の整数ですから、1, 2, 3, 4, 6, 8のいずれかです。

○ C = 8 の場合

$B \times 11 + 8 = A$ であり、 $A \times B = (B \times 11 + 8) \times B = 6528 \div 8 = 816$ です。B = 8 のとき、 $(8 \times 11 + 8) \times 8$ は明らかに 816 より小さくなります。B ≠ 9, 10, 11 で、B = 12 の場合 $(12 \times 11 + 8) \times 12$ は明らかに 816 より大きいので、条件を満たしません。

○ C = 6 の場合

$B \times 11 + 6 = A$ であり、 $A \times B = (B \times 11 + 6) \times B = 6528 \div 6 = 1088$ です。B = 12 のとき、 $(12 \times 11 + 6) \times 12$ は明らかに 1088 より大きいので、条件を満たしません。

○ C = 4 の場合

$B \times 11 + 4 = A$ であり、 $A \times B = (B \times 11 + 4) \times B = 6528 \div 4 = 1632$ です。B = 12 のとき、 $(12 \times 11 + 4) \times 12 = 1632$ となり、条件を満たします。

よって、 $A = 12 \times 11 + 4 = 136$ 、 $B = 12$ 、 $C = 4$ です。

○ C = 3 の場合

$B \times 11 + 3 = A$ であり、 $A \times B = (B \times 11 + 3) \times B = 6528 \div 3 = 2176$ です。B ≠ 13, 14, 15 で、B = 16 の場合 $(16 \times 11 + 3) \times 16$ は明らかに 2184 より大きいので、条件を満たしません。

○ C = 2 の場合

$B \times 11 + 2 = A$ であり、 $A \times B = (B \times 11 + 2) \times B = 6528 \div 2 = 3264$ です。B = 16 のとき、 $(16 \times 11 + 2) \times 16$ は明らかに 3264 より小さくなります。B ≠ 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23 で、B = 24 の場合 $(24 \times 11 + 2) \times 24$ は明らかに 3264 より大きいので、条件を満たしません。

○ C = 1 の場合

$B \times 11 + 1 = A$ であり、 $A \times B = (B \times 11 + 1) \times B = 6528$ です。B = 24 のとき、 $B \neq 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23$ で、B = 24 の場合 $(24 \times 11 + 1) \times 24 = 6360 \neq 6528$ です。B ≠ 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31 で、B = 32 の場合 $(32 \times 11 + 1) \times 32$ は明らかに 6528 より大きいので、条件を満たしません。

以上より、 $A = 136$ 、 $B = 12$ 、 $C = 4$ ときまります。