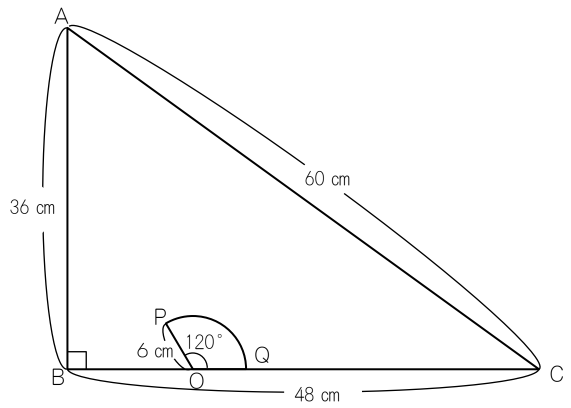
受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

おうぎ形の内部移動・１

直角三角形ＡＢＣの内部に，中心角が１２０度で半径６㎝のおうぎ形ＯＰＱを，半径ＯＱが辺ＢＣと重なるように下の図の向きに置きます。円周率は３.１４とします。



（１）おうぎ形ＯＰＱが，向きを変えることなく直角三角形ＡＢＣの内部を自由に動くとき，通過できる範囲の面積を求めなさい。

（２）おうぎ形ＯＰＱが，向きを変えることなく直角三角形ＡＢＣの内部を辺に沿って動くとき，通過できる範囲の面積を求めなさい。

最難関問題

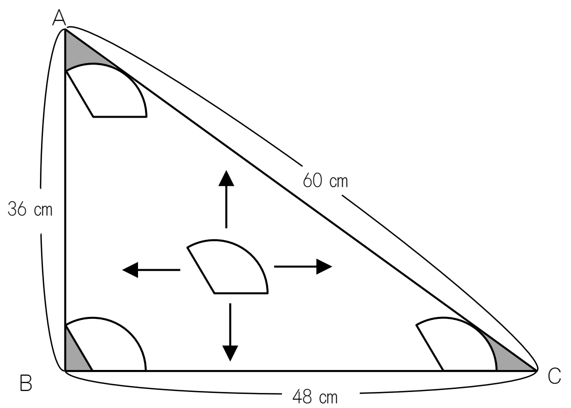
おうぎ形の内部移動・１　（１）８３８.３０５㎠　（２）６７２.９３㎠

（１）図①の影をつけた部分のみ，おうぎ形ＯＰＱは通過することができません。影をつけた３つの部分をあわせると，図②のようにおうぎ形ＯＰＱがぴったり入る，三角形ＡＢＣと相似な三角形ＤＥＦになります。おうぎ形の中心Ｏから辺ＤＦに垂直な線ＯＧを引きます。

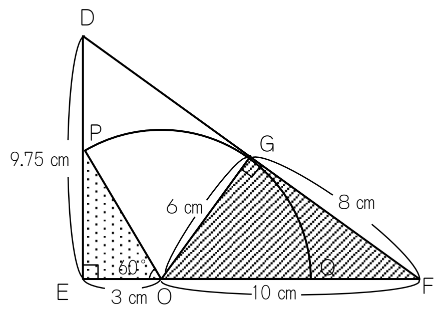
こうしてできる直角三角形ＯＦＧは直角三角形ＤＥＦと相似なので，ＧＦの長さは，６×$\frac{4}{3}$＝８(㎝)，ＯＦの長さは，６×$\frac{5}{3}$＝１０（㎝）です。よって，辺ＥＦの長さは３＋１０＝１３（㎝），辺ＤＥの長さは１３×$\frac{3}{4}$＝９.７５（㎝）となるので，三角形ＤＥＦの面積は，

１３×９.７５×$\frac{1}{2}$＝６３.３７５（㎠），図①の影をつけた部分の面積はここからおうぎ形ＯＰＱの面積を引けばよいので，６３.３７５－６×６×３.１４×$\frac{１２０}{３６０}$＝２５.６９５（㎠）です。

図①



図②



以上より，おうぎ形ＯＰＱが通過できる範囲の面積は，

３６×４８×$\frac{1}{2}$－２５.６９５＝８３８.３０５（㎠）です。

最難関問題

（２）おうぎ形ＯＰＱが通過しない部分は，（１）の影をつけた部分に加えて，図③の斜線部分の三角形になります。斜線部分の三角形は３辺とも直角三角形ＡＢＣと平行なので，直角三角形ＡＢＣと相似です。よって，どれか１つの辺の長さがわかれば，そこから面積を求めることができます。そこで，図③のアからイとウの長さを引いて求めます。

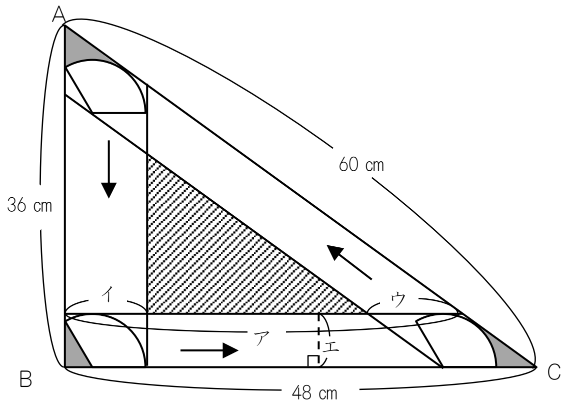
図④において，（１）に引き続いておうぎ形ＯＰＱがぴったり入る，三角形ＡＢＣと相似な三角形ＤＥＦを考えます。

図③のイの長さは図④のＥＱの長さに等しいので，３＋６＝９（cm），ウの長さはＯＦの長さに等しいので，１０cmです。また，エの長さは，ＯＨの長さ，つまりはおうぎ形の半径に等しいので，６cmです。エの長さが６cmであることから，アの長さは，$48\times\frac{36-6}{36}=40$（cm）と求めることができます。アー（イ＋ウ）＝４０－（９＋１０）＝２１（cm）であることから，図③の斜線部分の直角三角形の辺ＡＢと平行な辺の長さは，$21\times\frac{3}{4}=15.75$（cm）であり，その面積は，

$21\times15.75\times\frac{1}{2}=165.375$（cm）です。よって，（１）の答えからこれを引いて，

８３８.３０５－１６５.３７５＝６７２.９３（cm^2）です。

図③



図④