最難関問題

桁入れかえと２０２７

１２３の各位の数を入れかえると，１２３，１３２，２１３，２３１，３１２，３２１の６個の整数ができます。次の問いに答えなさい。

（１）２０２７の各位の数を入れえてできる整数は何個ありますか。また，それらの合計を答えなさい。

（２）各位の数を入れかえてできる整数の合計が，２０２７の各位の数を入れえてできる整数の合計の倍数となるような４桁の整数は，２０２７もふくめて全部で何個ありますか。

最難関問題

桁入れかえと２０２７　（１）９個，３５４４２　（２）１９８個

（１）２０２７の各位の数を入れえてできる整数は，３×３×２×１÷２＝９（個）あります。その合計は，
（２×２＋７）×３２２２＝３５４４２です。

（２）素因数分解をすると，３５４４２＝１１×３２２２＝１１×２×３×３×１７９です。以下，ａ，ｂ，ｃ，ｄを１から９までの整数とすると，各位の数の入れかえによってできる整数の合計は次のようになります。

ａｂｃｄ

（ａ＋ｂ＋ｃ＋ｄ）×６６６６で，６６６６＝２×３×１１×１０１なので，１７９の倍数になることはあり得ません。

ａａｂｃ

（ａ×２＋ｂ＋ｃ）×３３３３なので，１７９の倍数になることはあり得ません。

ａａａｂ

（ａ×３＋ｂ）×１１１１なので，１７９の倍数になることはあり得ません。

ａａｂｂ

（ａ＋ｂ）×３３３３なので，１７９の倍数になることはあり得ません。

ａａａａ

ａ×１１１１なので，１７９の倍数になることはあり得ません。

ａｂｃ０

ａｂｃ０の並びかえは３×３×２×１＝１８（個）あります。（ａ＋ｂ＋ｃ）×６４４４で，６４４４＝３２２２×２なので，　ａ＋ｂ＋ｃ＝１１，２２のときに条件を満たします。

（ａ，ｂ，ｃ）＝（１，２，８），（１，３，７），（１，４，６），（２，３，６），（２，４，５），
（５，８，９），（６，７，９）

の７通りなので，１８×７＝１２６（個）です。

ａａｂ０

ａ×２＋ｂ１１，２２のときに条件を満たします。

（ａ，ｂ）＝（１，５），（３，４），（５，３），（７，２），（９，１），（４，９），（６，８），（８，７）

の８通りなので，９×８＝７２（個）です。

ａａａ０，ａｂ００，ａａ００，ａ０００については，１７９の倍数にはなりません。

よって，１２６＋７２＝１９８（個）です。