

平面上の点と領域分割

紙の上に点をいくつか書いて、点と点を線分で結び、線分に囲まれた部分の数を数えます。図1では4個、図2では5個です。図3のように、頂点か内側の点以外の位置で線分が交わることはできません。

図1

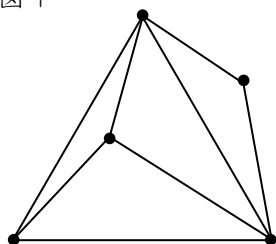


図2

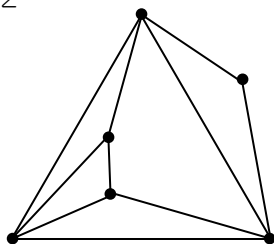
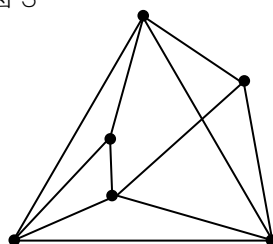
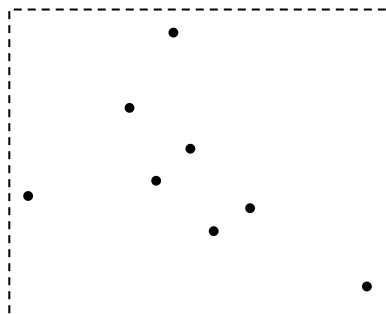


図3

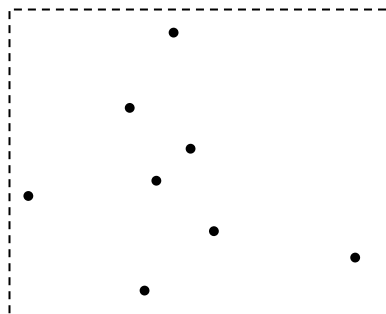


(1) (ア) ~ (ウ) のように点を書いた場合、線分に囲まれた部分は最も多くて何個になりますか。

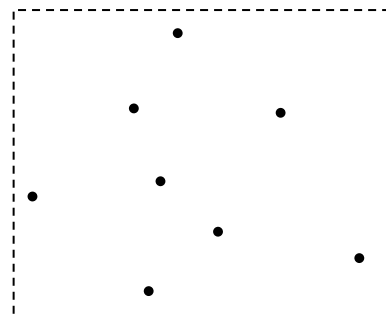
(ア)



(イ)



(ウ)

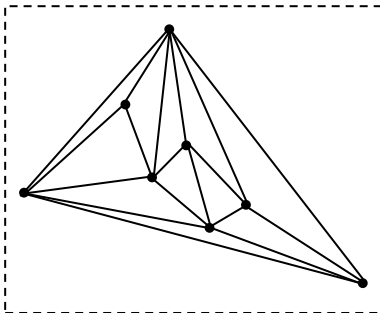


(2) 100個の点を書いた場合、最も多くて何個の部分ができますか。

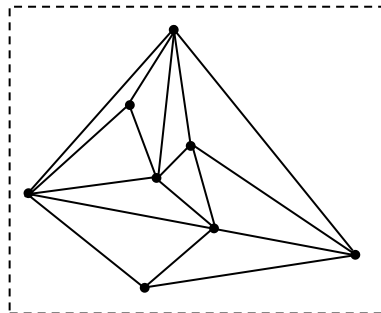
平面上の内部の点と領域分割 (1) (ア) 11個, (イ) 10個, (ウ) 9個 (2) 195個

(1) 以下のように結ぶことができるので, (ア) 11個, (イ) 10個, (ウ) 9個です。

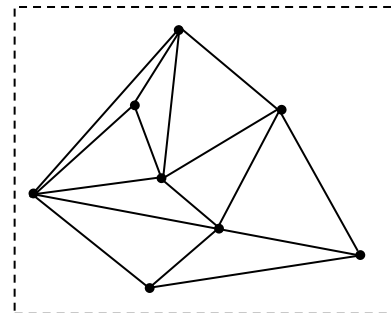
(ア)



(イ)

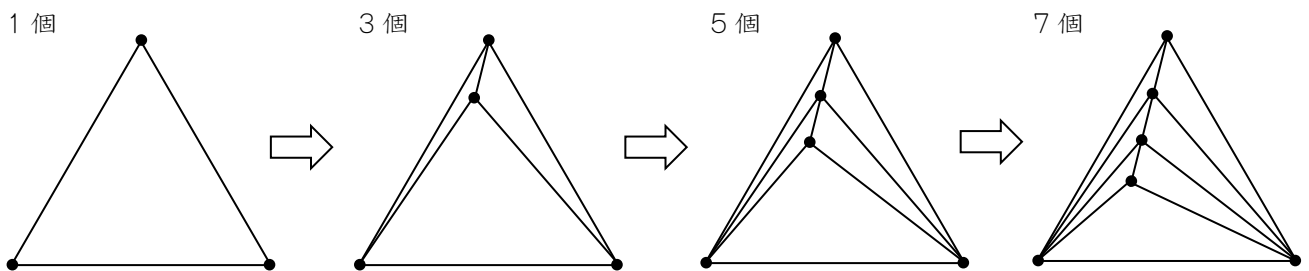


(ウ)

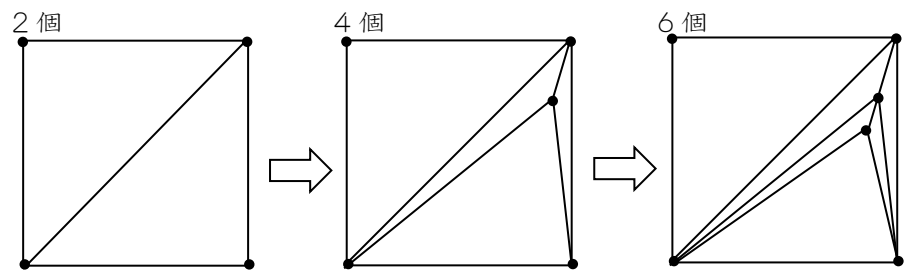


(2)(1)の(ア)～(ウ)では点の個数はいずれも8個ですが、線分で囲まれた部分の最大数は異なっています。(ア)では「一番外側を囲む図形」は三角形、(イ)では四角形、(ウ)では五角形になっています。この点に注目すると、次のように考えられます。

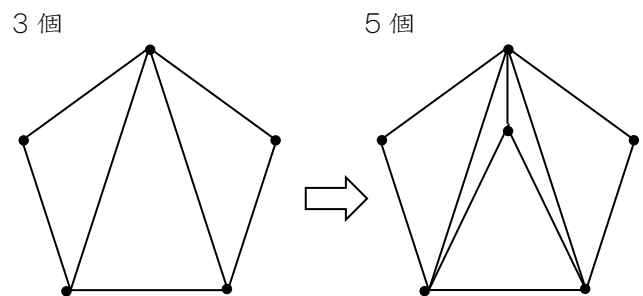
三角形



四角形



五角形



N 角形において、内部の点がない場合は、 $(N - 2)$ 個の三角形の部分ができ、以降は新しい点を三角形の内部に打つたびにその三角形が3つの部分に分かれることで、部分の数は2個増えていきます。点の数が同じ場合は、 $N = 3$ の場合に最も多くの部分ができるので、 $(3 - 2) + 2 \times (100 - 3) = 195$ (個) です。