受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

回転移動の距離・正六角形

１辺の長さが６㎝の正六角形ＡＢＣＤＥＦの辺ＣＤを，図１のように直線Ｌに重ね，Ｌ上を矢印の方向にすべることなく回転させ続けます。このとき，回転において動かない１つの頂点と，それ以外の５つの頂点をまっすぐな線で結び，その線が動いたあとによってできる図形の面積を「回転面積」とします。例えば，正六角形が図２のように１８０度回転したとき，頂点Ｄの回転面積は，影をつけた２つのおうぎ形の面積の合計となります。次の問いに答えなさい。円周率は３.１４とします。

図１

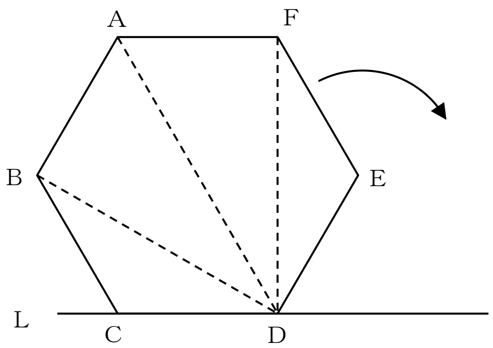
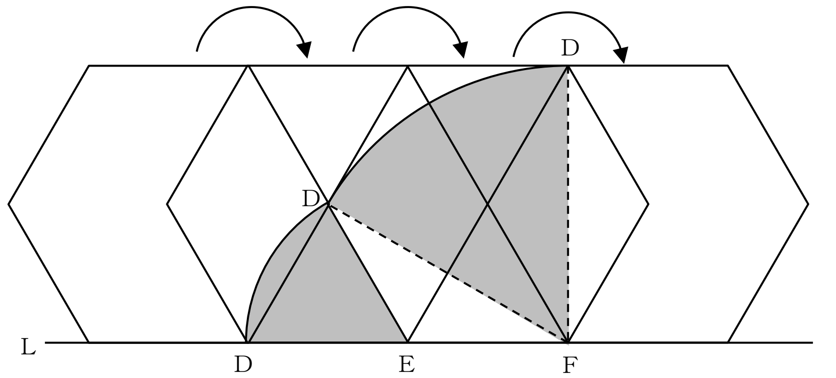


図２



（１）図２の影をつけた部分の面積の和を求めなさい。

（２）頂点Ａの回転面積が頂点Ｂ，Ｄ，Ｆの回転面積と７回目に等しくなるのは，それぞれ何度回転したときですか。

受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

回転移動の距離・正六角形（１）７５.３６㎝^{2}　（２）Ｂ…１２００度，Ｄ…１３２０度，Ｆ…２５２０度

（１）正六角形は毎回６０度回転するので，おうぎ形の中心角はどちらも６０度です。図３のように，半径の長さは６㎝と□㎝です。図４のように１辺が□㎝の正三角形は，１辺が６㎝の正三角形の３倍の面積になります。よって，□×□＝６×６×３＝１０８です。

よって，（３６＋１０８）×３.１４×$\frac{1}{6}$＝２４×３.１４＝７５.３６（㎝^{2}）です。

図３

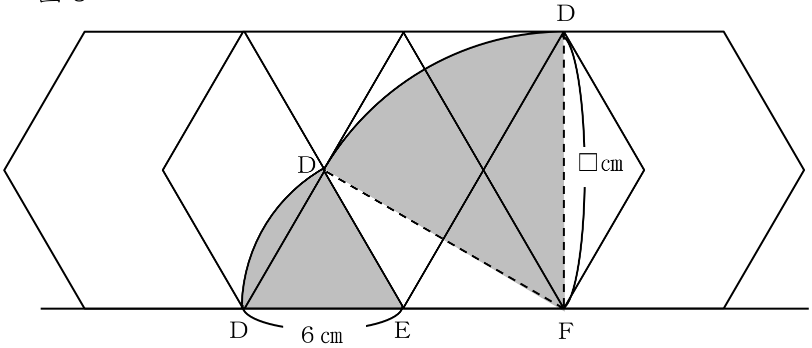
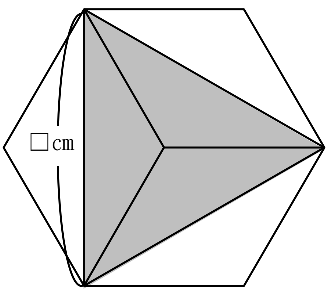


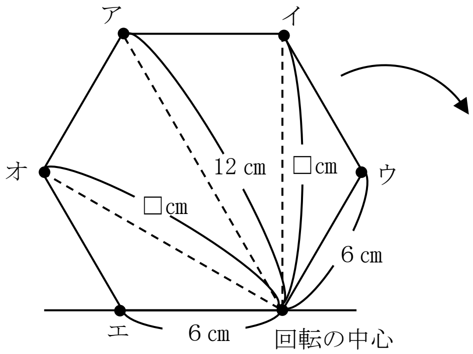
図４



最難関問題

（２）正六角形は毎回６０度回転します。そのときに各頂点と回転の中心を結んでできるおうぎ形の中心角はどれも６０度で，半径は図５のようになります。（１）で求めた通り，□×□＝１０８です。よって，（６×６）：１０８：（１２×１２）＝１：３：４より，ア～オの位置にある頂点の回転面積は（ウ，エ）：（イ，オ）：ア＝１：３：４となります。

図５



回転によってそれぞれの頂点はア，イ，ウ，中心，エ，オ，ア，イ，ウ，中心，…と位置を順に変えていきます。それぞれの回転面積を上で求めた１：３：４より１，３，４とすると，次の表のようになります。

回転角度	60 度	120 度	180 度	240 度	300 度	360 度
頂点Ａ	4	3	1	0	1	3
頂点Ｂ	3	4	3	1	0	1
頂点Ｃ	1	3	4	3	1	0
頂点Ｄ	0	1	3	4	3	1
頂点Ｅ	1	0	1	3	4	3
頂点Ｆ	3	1	0	1	3	4

どの頂点も，３６０度回転したときの回転面積は１×２＋３×２＋４＝１２で一致します。また，頂点Ａは１２０度回転したときに頂点Ｂと，１８０度回転したときに頂点Ｃと，２４０度回転したときに頂点Ｄと回転面積が一致します。また，３００度回転したときに頂点Ｅと回転面積が一致し，そのまま３６０度回転するまで一致し続けます。

３６０度回転する間に頂点ＡはＢ，Ｄとは２回，Ｆとは１回回転面積が一致するので，７÷２＝３余り１より，Ｂと７回目に一致するのは３６０×３＋１２０＝１２００（度），Ｄと７回目に一致するのは３６０×３＋２４０＝１３２０（度），Ｆと７回目に一致するのは３６０×７＝２５２０（度）回転したときです。