受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

近さの範囲・立方体と直方体

図１の立体は立方体で，図２の立体は辺ＡＢの長さが６㎝，辺ＡＤの長さが８㎝，辺ＢＦの長さが４㎝でＡＣの長さが１０㎝の直方体です。

図１

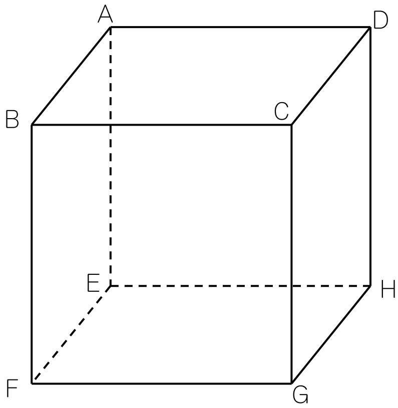


図２

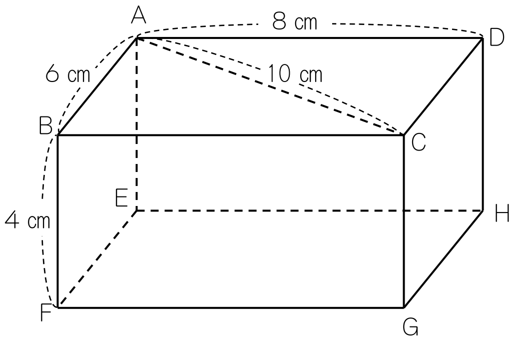
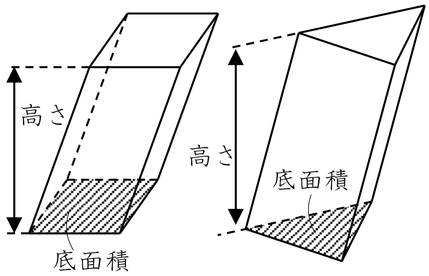


図３



（１）図１の立方体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨにおいて，頂点ＣやＤと比べて頂点Ａに近い部分の体積は，立方体体積の何倍ですか。

（２）図１の立方体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨにおいて，頂点ＣやＧと比べて頂点Ａに近い部分の体積は，立方体体積の何倍ですか。

（３）図２の直方体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨにおいて，頂点ＣやＧと比べて頂点Ａに近い部分の体積を求めなさい。ただし，図３のように斜めに傾（かたむ）いた角柱の体積は，（底面積）×（高さ）で求められます。

受験算数の基礎

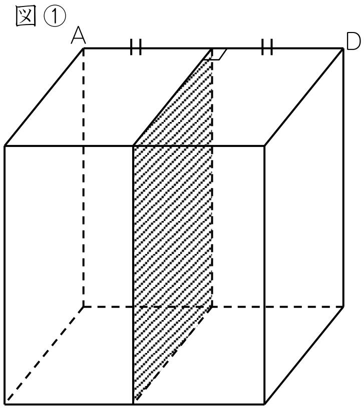
Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

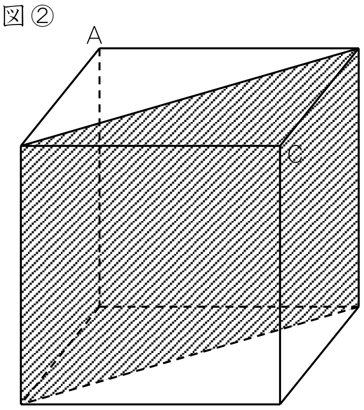
近さの範囲・立方体と直方体　（１）$\frac{3}{8}$倍　（２）$\frac{19}{48}$倍　（３）９０㎤

（１）立方体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨにおいて，頂点Ａに近い部分と頂点Ｄに近い部分は，図①の斜線で示した平面によって分けられます。また，頂点Ａに近い部分と頂点Ｃに近い部分は，図②の斜線で示した平面によって分けられます。あわせると，図③の影をつけた部分が頂点ＣやＤよりＡに近い部分となります。影をつけた四角柱の底面積は立方体の底面積の$\frac{3}{8}$倍で，高さは等しいので，体積は$\frac{3}{8}$倍です。

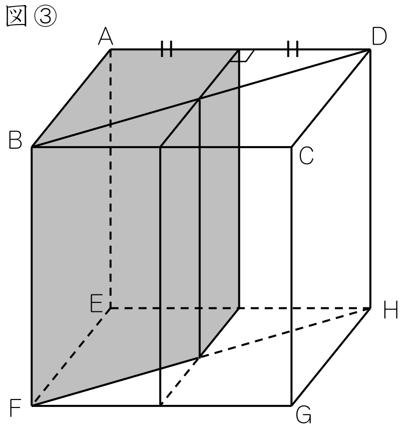
図①



図②



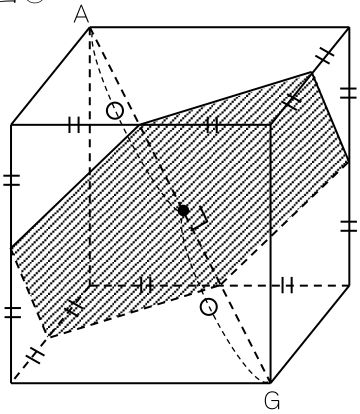
図③



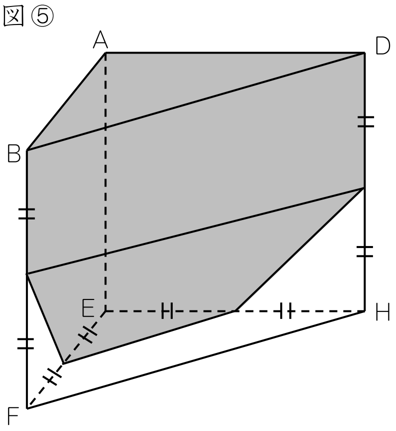
最難関問題

（２）図④のように，対角線ＡＧの中点を通ってＡＧに垂直な平面は，斜線をつけた正六角形になります。この正六角形によって，立方体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨは頂点Ａに近い部分と頂点Ｇに近い部分に分けられます。これと（１）の図②をあわせると，図⑤の影をつけた部分が頂点ＣやＧよりＡに近い部分となります。図⑥のようにこれを㋐と㋑の部分に分けると，㋐の部分は三角柱で，底面積は立方体の底面積の$\frac{1}{2}$倍，高さは$\frac{1}{2}$倍なので，体積は$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$（倍）です。

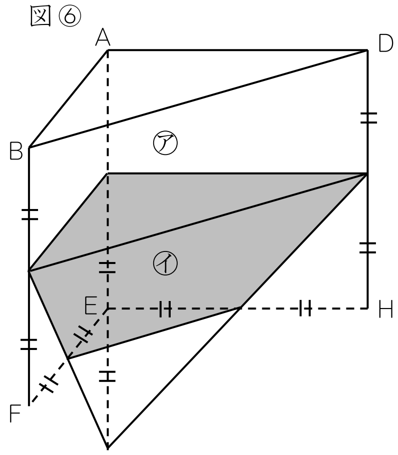
図④



図⑤



図⑥



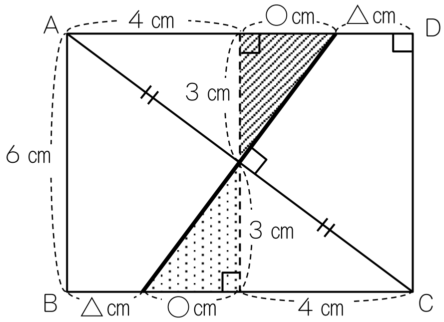
㋑の部分は図⑥のような三角すいを切断した立体です。三角すいは底面積が立方体の底面積の$\frac{1}{2}$倍で，高さが等しいので，体積は立方体の$\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$（倍）ですから，㋑の部分は

$\frac{1}{6}\times\left(1-\frac{1}{8}\right)=\frac{7}{48}$（倍）です。㋐と㋑をあわせて，$\frac{1}{4}+\frac{7}{48}=\frac{19}{48}$（倍）です。

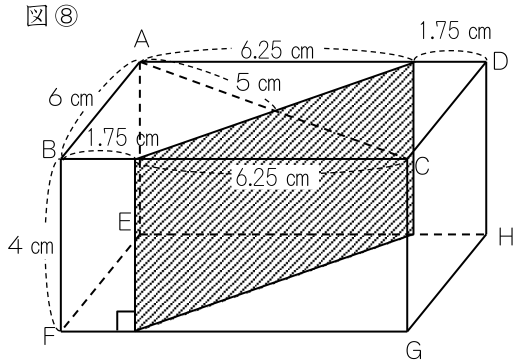
最難関問題

（３）対角線ＡＣの中点を通ってＡＣに垂直な平面を真上から見ると，図⑦の太線のようになります。斜線部分とあみ目部分の直角三角形は直角三角形ＡＣＤと相似なので，○の長さは$3\times\frac{3}{4}=2.25$（㎝）です。また，△の長さは$8-(4+2.25)=1.75$（㎝）です。よって，直方体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨにおいて頂点Ａに近い部分と頂点Ｃに近い部分は，図⑧の斜線をつけた平面によって分けられます。

図⑦



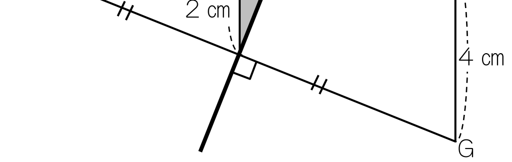
図⑧



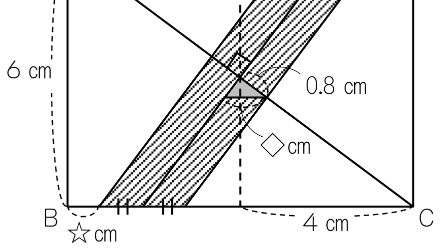
次に，頂点Ｄより頂点Ａに近い部分を考えます。直角三角形ＡＣＧに垂直な向きから見ると，対角線ＡＧの中点を通ってＡＧに垂直な平面は，図⑨の太線のように見えます。影をつけた直角三角形は直角三角形ＡＣＧと相似なので，□の長さは$2\times\frac{4}{10}=0.8$（㎝）です。よって，直方体を真上から見ると，この平面は図⑩の斜線部分（と影をつけた部分）のように見えます。影をつけた直角三角形は直角三角形ＡＣＤと相似なので，◇の長さは$0.8\times\frac{10}{8}=1$（㎝），☆の長さは

$1.75-1=0.75$（㎝）です。

図⑨



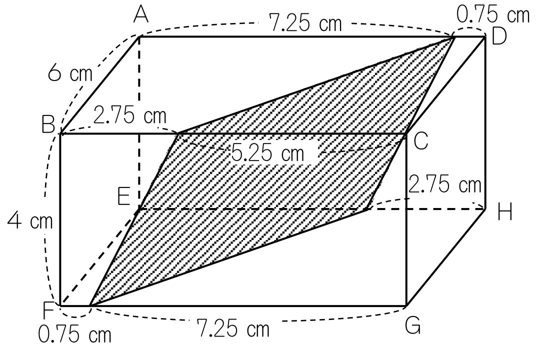
図⑩



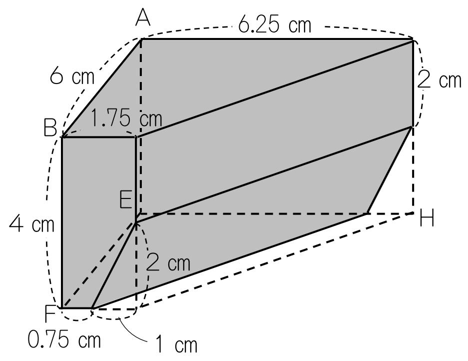
最難関問題

よって，直方体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨにおいて頂点Ａに近い部分と頂点Ｇに近い部分は，図⑪の斜線をつけた平面によって分けられます。これを図⑧とあわせると，図⑫の影をつけた部分が頂点ＣやＧよりＡに近い部分となります。

図⑪



図⑫



図⑫の影をつけた部分は，底面が台形となっている四角柱の体積から，斜めに傾いた三角柱を除いたものなので，その体積は（６.２５＋１.７５）×６×$\frac{1}{2}$×４－１×２×$\frac{1}{2}$×６＝９０（cm^3）です。