

最難関問題

三角すいの側面の回転体

図1の三角すいA-BCDは底面の三角形BCDが1辺12cmの直角二等辺三角形で、真上から見ると図2のようになり、頂点Aは辺BCと重なって見えます。

図1のように、頂点Bを通り、底面BCDと垂直な直線Lを回転の軸として、この三角すいが1回転するとき、次の問いに答えなさい。

ただし、図3のように3辺の長さの比が5:12:13である三角形は直角三角形です。また、円周率は3.14とします。

図1

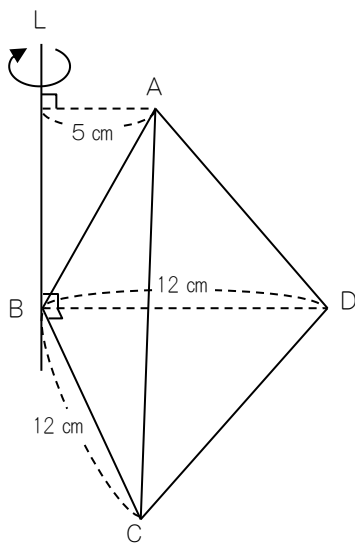


図2

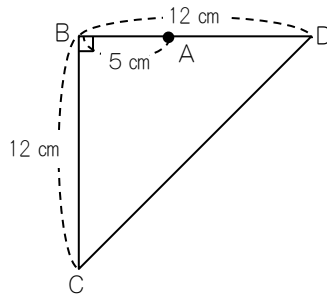


図3

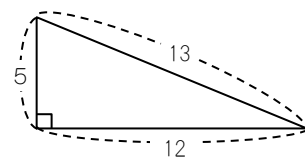
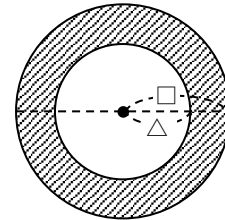


図4



- (1) 辺AC上に、両端の頂点A、Cとは重ならない点Pがあります。点Pが動いたあとが半径5cmの円の円周になるとき、APとPCの長さの比を求めなさい。また、そのような点Pがない場合は、「ない」と答えなさい。
- (2) 三角形ACDが通過したあとの立体を、直線Lと垂直な面で切断したところ、図4のように中心が重なる2つの円周に囲まれたドーナツ型の図形になりました。図の△の長さは、最も短いときに何cmですか。また、そのときの□の長さも求めなさい。

最難関問題

三角すいの側面の回転体 (1) $50 : 119$ (2) $\triangle \cdots 4\frac{8}{13}\text{cm}$, $\square \cdots 6\frac{6}{169}\text{cm}$

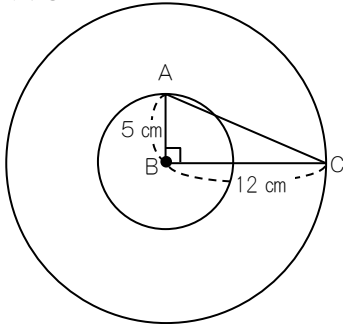
(1) 三角すい $A-BCD$ が 1 回転すると、頂点 A は半径 5cm 、 C は半径 12cm の円周を描きます。この様子を真上から見ると、図①のようになります。真上から見た図においては頂点 B は回転軸 l と重なっているため、 B からの距離が円の半径になります。 AC 上には B からの距離が A よりも近い部分があるので、辺 AC が通過した部分は円すいの側面の一部にはなりません。

図①の一部を拡大すると、図②のように点 P の位置を決めることができます。ここで B から AC に垂直な線 BQ を引くと、三角形 ABQ は三角形 ABC と相似になります。また、 AC の長さは 13cm なので、

AQ の長さは $5 \times \frac{5}{13} = \frac{25}{13}$ (cm)、 AP の長さは $\frac{25}{13} \times 2 = \frac{50}{13}$ (cm) です。 AP と PC の実際の長さの比は、図②における AP と PC の長さの比に一致するので、

$$AP : PC = \frac{50}{13} : \left(13 - \frac{50}{13}\right) = 50 : 119 \text{ です。}$$

図①



図②

