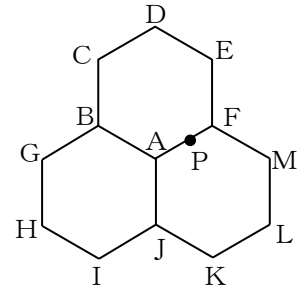


最難関問題

点の頂点移動・2

右の図のような、正六角形を3個頂点と頂点が重なるように組み合わせた図形があります。点Pは最初頂点Aに重なっていて、1秒ごとに辺を1本通ってとなりあう頂点のいずれかに移動します。



- (1) 点Pが、3秒後に頂点Bに重なるような移動の仕方は何通りありますか。
また、4秒後に頂点Gに重なるような移動の仕方は何通りありますか。
- (2) 点Pが、8秒後に頂点Aに重なるような移動の仕方は何通りありますか。
- (3) 点Pが、 \square 秒後に頂点Aに重なるような移動の仕方より、 $(\square + 2)$ 秒後に頂点Aに重なるような移動の仕方のほうが、3 3 5 9 2 3 2通り多くなりました。 \square 秒後に頂点Aに重なるような移動の仕方は何通りありますか。

最難関問題

点の頂点移動・2 (1) 5通り, 7通り (2) 5 1 9通り (3) 6 7 1 8 4 7通り

(1) 3秒後に頂点Bと重なるためには、2秒後に頂点A, C, Gのいずれかと重なっていなければなりません。

2秒後に頂点Aと重なる移動の仕方は、図1のようにA → B → Aと移動するか、A → J → A, A → F → Aと移動するかのいずれかですから、3通りです。

2秒後に頂点Cと重なる移動の仕方は、図2のようにA → B → Cと移動する1通りです。2秒後に頂点Gと重なる移動の仕方も同じく1通りです。

よって、3秒後に頂点Bと重なるような移動の仕方は、 $3 + 1 \times 2 = 5$ (通り) です。

図1

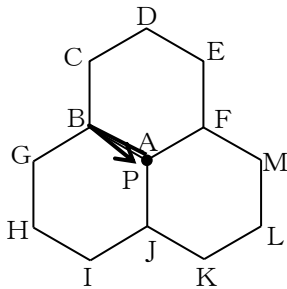


図2

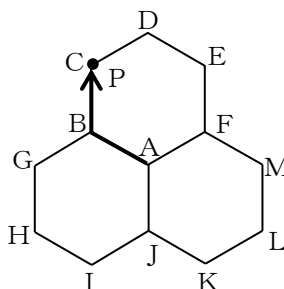
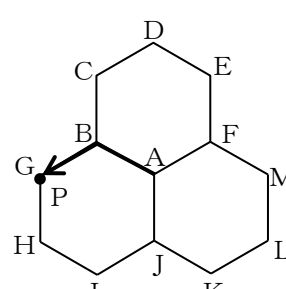


図3

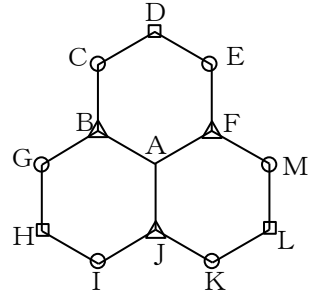


次に、4秒後に頂点Gと重なるためには、3秒後に頂点B, Hのいずれかと重なっていなければなりません。3秒後に頂点Hと重なるためには、2秒後に頂点G, Iのいずれかと重なっていなければなりません。2秒後に頂点Gと重なる移動の仕方は図3のようにA → B → Gと移動する1通り、頂点Iと重なる移動の仕方も1通りですから、あわせて2通りです。よって、 $5 + 2 = 7$ (通り) です。



最難関問題

(2) 図形の対称性から、□秒後に頂点B, J, Fに移動する方法, 頂点G, I, K, M, E, Cに移動する方法, 頂点H, L, Dに移動する方法はそれぞれ等しくなります。



そこで、□秒後に頂点Aと重なるような移動の仕方がx通り, 頂点B(およびJ, F)と重なるような移動の仕方がy通り, 頂点G(およびI, K, M, E, C)と重なるような移動の仕方がz通り, 頂点H(およびL, D)と重なるような移動の仕方がw通りあるとします。このとき、□+1秒後にそれぞれの頂点と重なる方法が何通りあるかを考えます。頂点Aと重なる方法は、頂点B, J, Fから移動するので、 $3 \times y$ 通りです。頂点Bと重なる方法は、頂点A, C, Gから移動するので、 $(x + 2 \times z)$ 通りです。頂点Gと重なる方法は、頂点B, Hから移動するので、 $(y + w)$ 通りです。頂点Hと重なる方法は、頂点G, Iから移動するので、 $2 \times z$ 通りです。このことから、フィボナッチ数列のように表によって順に移動の仕方を求めることができます。

時間(秒後)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x (通り)	1	0	3	0	15	0	87	0	519
y (通り)	0	1	0	5	0	29	0	173	0
z (通り)	0	0	1	0	7	0	43	0	259
w (通り)	0	0	0	2	0	14	0	86	0

よって、519通りです。

(3) (2) のxとyの行に注目すると、下の実線の矢印では移動の仕方が(2倍-1)に、点線の矢印では3倍になっています。

時間(秒後)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x (通り)	1	0	3	0	15	0	87	0	519
y (通り)	0	1	0	5	0	29	0	173	0

よって、□秒後に頂点Aと重なる移動の仕方がx通りあるとすると、(□+2)秒後に頂点Aと重なるような移動の仕方は、 $(x \times 2 - 1) \times 3 = x \times 6 - 3$ (通り) があるので、差は $x \times 5 - 3$ です。

$x \times 5 - 3 = 3359232$ より、 $x = (3359232 + 3) \div 5 = 671847$ です。

なお、全く求める必要のないことですが、671847通りになるのは、16秒後です。