受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

２０２０の問題・１

$\frac{1}{2020}$，$\frac{2}{2020}$，…，$\frac{2019}{2020}$の２０１９個の分数について，以下の問いに答えなさい。

（１）これらの分数を小数にしたとき，小数点以下が無限に続かないものは何個ありますか。

（２）$\frac{1}{2020}$を小数にしたときの小数第１０１位にあたる数を答えなさい。

（３）これらの分数を小数にしたとき，途中(とちゅう)から１４８５１４８５…と，１４８５が繰り返されるものは何個ありますか。

最難関問題

２０２０の問題・１　（１）１９個　（２）９　（３）５８個

（１）２０２０を素因数分解すると，２０２０＝２×２×５×１０１となります。分母が２×２×５＝２０の分数は小数にしたときに小数点以下が無限に続きません。というのも，$\frac{\triangle}{20}=\frac{\triangle\times 5}{100}$となるからです。他方で，分母が１０１の分数は$\frac{1}{101}$＝０.００９９００９９…と$\boxed{0099}$の繰り返しになるので，小数点以下が無限に続きます。

$\frac{\triangle}{20}=\frac{\triangle\times 101}{2020}$より，２０１９以下の１０１の倍数の個数を求めて，２０２０÷１０１＝２０(個)から２０２０を除いて，$\frac{101}{2020}$～$\frac{1919}{2020}$の１９個です。

（２）１÷２０２０＝０.０００４９５０４９５…と小数第３位から$\boxed{0495}$の繰り返しになるので，（１０１－２）÷４＝２４余り３より，周期の３番目の９です。

最難関問題

（３）繰り返しになる部分を□で囲うと，

$\dfrac{1}{2020}=0.00\boxed{0495}$，

$\dfrac{2}{2020}=0.00\boxed{0495}\times 2=0.00\boxed{0990}$（$0.0\boxed{0099}$と考えてもよい）

というように，４９５の倍数の繰り返しとなります（５けたの倍数が気になるかもしれません。それについては次回に扱います。）。１４８５÷４９５＝３より，

$\dfrac{3}{2020}=0.00\boxed{1485}$，$\dfrac{30}{2020}=0.0\boxed{1485}$，$\dfrac{300}{2020}=0.\boxed{1485}$，となります。これらに（１）で求めた$\dfrac{\triangle}{20}=\dfrac{\triangle\times 101}{2020}$を加えます。

$\dfrac{3}{2020}\cdots\dfrac{3}{2020}$自身と，$\dfrac{101}{2020}\sim\dfrac{1919}{2020}$の１９個の分数を加えた場合で，２０個です。

$\dfrac{30}{2020}\cdots\dfrac{30}{2020}$自身と，$\dfrac{101}{2020}\sim\dfrac{1919}{2020}$の１９個の分数を加えた場合で，２０個です。

$\dfrac{300}{2020}\cdots\dfrac{300}{2020}$自身と，$\dfrac{101}{2020}\sim\dfrac{1717}{2020}$の１７個の分数を加えた場合で，１８個です。

なお，３０－３＝２７，３００－３０＝２７０，３００－３＝２９７はいずれも１０１の倍数ではありませんから，以上に重複はありません。

よって，２０×２＋１８＝５８（個）です。