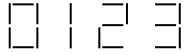


## 最難関問題

### デジタル数字

マッチ棒を使って、数字の‘0’と‘1’と‘2’と‘3’を作ります。



‘0’には6本，‘1’には2本，‘2’と‘3’にはそれぞれ5本のマッチ棒を使います。次にこうして作った数字を並べて1以上の整数にします。例えば，マッチ棒を7本使ってできる整数は，12，13，21，31の4通りあります。

- (1) マッチ棒を10本使ってできる整数をすべて答えなさい。
- (2) マッチ棒を15本使ってできる整数は全部で何通りありますか。
- (3) マッチ棒を20本使ってできる整数のうち，小さいほうから5番目と100番目の整数を答えなさい。

## 最難関問題

デジタル数字 (1) 22, 23, 32, 33, 101, 110, 11111 (2) 38通り  
(3) 2233, 31102

(1) 10を6, 5, 2に和分解します。10 = 6 + 2 + 2 = 5 + 5 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2です。6 + 2 + 2の場合、0を1個、1を2個使いますから、101, 110です。5 + 5の場合、十の位と一の位にそれぞれ2か3を置けばよいので、22, 23, 32, 33です。2 + 2 + 2 + 2 + 2の場合、11111です。

(2) 15を6, 5, 2に和分解すると、15 = 6 + 5 + 2 + 2 = 5 + 5 + 5 = 5 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2となります。

・ 6 + 5 + 2 + 2の場合… (0, 2, 1, 1) か (0, 3, 1, 1) の並べかえです。(0, 2, 1, 1)で考えると、0を百, 十, 一の位のいずれかに置くので3通り、2を残りの3つの位のいずれかに置くので3通り、1は残った2つの位に置くので1通りですから、 $3 \times 3 \times 1 = 9$  (通り) です。

(0, 3, 1, 1)の場合も同様ですから、全部で $9 \times 2 = 18$  (通り) です。

・ 5 + 5 + 5の場合… 3けたの整数で、各位が2か3ですから、 $2 \times 2 \times 2 = 8$  (通り) です。

・ 5 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2の場合… (2, 1, 1, 1, 1, 1) か (3, 1, 1, 1, 1, 1) の並びかえです。それぞれ2, 3をどの位に置くかで6通りありますから、 $6 \times 2 = 12$  (通り) です。

以上より、 $18 + 8 + 12 = 38$  (通り) です。

## 最難関問題

(3) 20 を 6, 5, 2 の和で表す方法は以下の 7 通りです。

$$20 = 6 + 6 + 6 + 2 \cdots 4 \text{ けた}$$

$$20 = 6 + 6 + 2 + 2 + 2 + 2 \cdots 6 \text{ けた}$$

$$20 = 6 + 5 + 5 + 2 + 2 \cdots 5 \text{ けた}$$

$$20 = 6 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 \cdots 8 \text{ けた}$$

$$20 = 5 + 5 + 5 + 5 \cdots 4 \text{ けた}$$

$$20 = 5 + 5 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 \cdots 7 \text{ けた}$$

$$20 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 \cdots 10 \text{ けた}$$

けた数が小さいものから順に考えます。

・  $6 + 6 + 6 + 2$  の場合, 1000 の 1 通りです。

・  $5 + 5 + 5 + 5$  の場合, 4 けたの各位に 2 か 3 が入るので,  $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$  (通り) あります。

よって小さいほうから 5 番目の整数は,  $5 + 5 + 5 + 5$  の 16 通りのうちで, 小さいほうから  $5 - 1 = 4$  (番目) となります。小さい順に, 2222, 2223, 2232, 2233 ですから, 2233 です。

・  $6 + 5 + 5 + 2 + 2$  の場合,  $(0, \square, \triangle, 1, 1)$  の並べかえで,  $\square$  と  $\triangle$  にはそれぞれ 2 か 3 が入ります。 $(0, \square, \triangle, 1, 1)$  を並べかえると, 0 を千, 百, 十, 一の位のいずれかに置くの

で 4 通り, 1 を残りの 4 つの位のうち 2 つに置くので  $4C2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$  (通り), 残った 2 つの

位には大きいくらいから順に  $\square$  と  $\triangle$  を置き,  $\square$  と  $\triangle$  にはそれぞれ 2 か 3 が入るので  $2 \times 2 = 4$  (通り) ですから,  $4 \times 6 \times 4 = 96$  (通り) です。

$1 + 16 + 96 = 113$  ですから,  $6 + 5 + 5 + 2 + 2$  による 5 けたの整数のうち, 大きいほうから  $113 - 99 = 14$  (番目) を求めればよいことがわかります。

$33\square\triangle\square$  のとき, 下 3 けたは 0, 1, 1 の並びかえですから 3 通りです。

$32\square\triangle\square$  のときも同様に 3 通りです。

$31\square\triangle\square$  のとき, 下 3 けたは  $(0, 1, 2)$  か  $(0, 1, 3)$  の並びかえですから,  $3 \times 2 \times 1 \times 2 = 12$  (通り) あります。大きい順に 310, 301, 210, 201, 130, 120, 103, 102, ... ですから, 31102 です。