受験算数の基礎

Die Grundlagen
der Arithmetik
für die Aufnahmeprüfung

最難関問題

正八角形と正三角形の面積

以下の問いに答えなさい。

（１）図１において，三角形ＡＢＣは正三角形で，○印をつけた角の大きさは３０度です。このとき，三角形ＡＤＣと三角形ＡＤＥの面積の比を求めなさい。

（２）図２において，八角形ＡＢＣＤＥＦＧＨは正八角形，四角形ＤＥＩＪは正方形，三角形ＡＢＫとＧＨＬは正三角形です。頂点Ｋを通って辺ＡＢと平行な直線および，頂点Ｌを通って辺ＧＨと平行な直線と，正八角形の辺で囲まれた斜線部分の五角形と，正方形ＤＥＩＪの面積の比を求めなさい。

図１

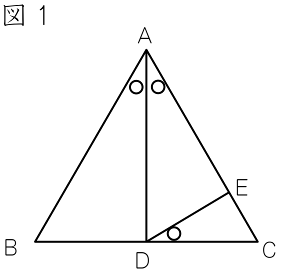
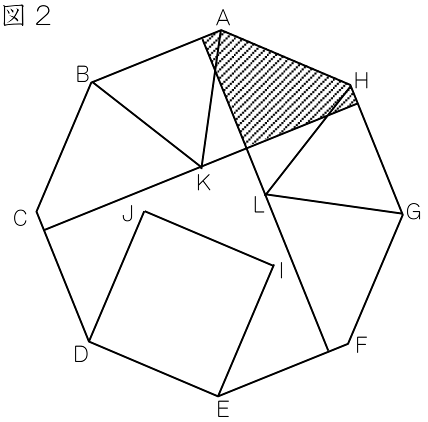


図２



最難関問題

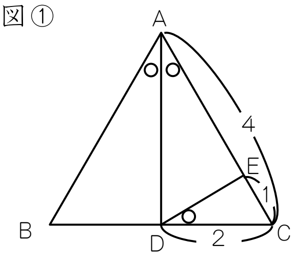
正八角形と正三角形の面積　（１）４：３　（２）１：２

（１）ＣＥ＝１とすると，図①のようにＣＤ＝２，ＣＡ＝４となるので，ＡＥ＝３です。三角形ＡＤＣと三角形ＡＤＥの面積の比は，ＡＣとＡＥの長さの比に等しいので，４：３です。

（２）正八角形の１辺の長さを図②のように４とすると，正方形ＤＥＩＪの面積は，４×４＝１６です。ここで，太線で囲んだ正方形の面積を考えます。（１）の三角形ＡＤＣの斜辺の長さは４で，三角形ＡＤＥの斜辺の長さは＜１辺の長さが４の正三角形の高さ＞です。三角形ＡＤＣと三角形ＡＤＥは相似形であり，面積の比は４：３となります。同様に，相似形である正方形ＤＥＩＪと太線で囲んだ正方形の面積比も，４：３となります。よって，太線で囲んだ正方形の面積は，$16\times\frac{3}{4}=12$です。

かげをつけた直角二等辺三角形の面積は，４×２÷２＝４なので，斜線部分の五角形の面積は，１２－４＝８です。よって，８：１６＝１：２です。

図①



図②