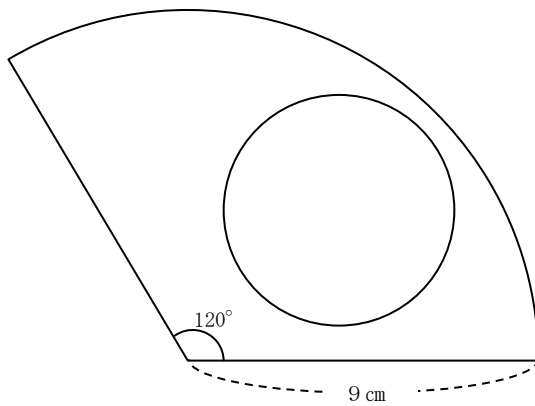


最難関問題

おうぎ形内部の円の移動

図のように中心角が 120° で半径が 9 cm のおうぎ形の内部を、半径 3 cm の円が自由に移動します。1辺が 1 cm の正三角形の面積を $\Delta\text{ cm}^2$ とすると、円が移動できる範囲の面積は $\times \Delta\text{ cm}^2$ です。 , にあてはまる数と, には+と-のどちらが入るかを答えなさい。円周率は 3.14 とします。



最難関問題

おうぎ形内部の円の移動 $65.94 + 24 \times \Delta \text{cm}^2$

おうぎ形の内部で円が移動できないのは、図1の影をつけた部分ア、イです。

まずアの面積を考えます。図2において半径9cm、中心角30度のおうぎ形から、あみ目で示した直角三角形と斜線で示した中心角120度のおうぎ形を除くと、アの部分が残ります。

半径9cm・中心角30度のおうぎ形

$$9 \times 9 \times 3.14 \times \frac{1}{12} = 6.75 \times 3.14 \text{ (cm}^2\text{)} \text{ です。}$$

あみ目で示した直角三角形

1辺が6cmの正三角形の半分です。1辺が6cmの正三角形の面積は、 $6 \times 6 \times \Delta = 36 \times \Delta \text{ (cm}^2\text{)}$ ですから、その半分は $(18 \times \Delta) \text{ cm}^2$ です。

斜線で示したおうぎ形

$$3 \times 3 \times 3.14 \times \frac{1}{3} = 3 \times 3.14 \text{ (cm}^2\text{)} \text{ です。}$$

よって、アの部分の面積は $(6.75 \times 3.14 - 18 \times \Delta - 3 \times 3.14) \times 2 = 7.5 \times 3.14 - 36 \times \Delta \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

図1

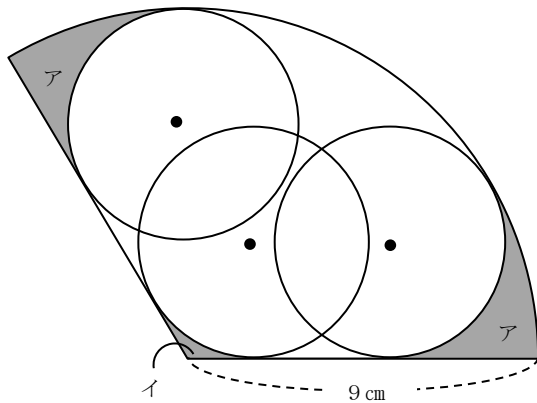
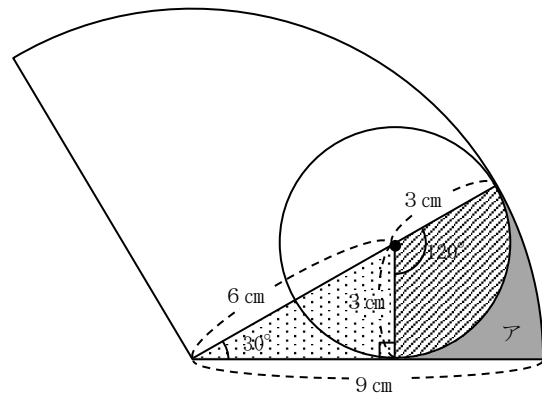


図2



最難関問題

次に、イの面積を考えます。図3から必要な部分をかきぬくと図4になります。図4の四角形から、半径3 cm、中心角60度のおうぎ形を除くと、イの部分が残ります。

四角形

90度・60度・30度の直角三角形を2個あわせた形をしています。この直角三角形は、図5より1辺が6 cmの正三角形の $\frac{1}{6}$ ですから、2個で1辺が6 cmの正三角形の $\frac{1}{3}$ になります。1辺が6 cmの正三角形の面積は、 $6 \times 6 \times \Delta = 36 \times \Delta$ (cm²) ですから、 $36 \times \Delta \times \frac{1}{3} = 12 \times \Delta$ (cm²) です。

半径3 cm・中心角60度のおうぎ形

$3 \times 3 \times 3.14 \times \frac{1}{6} = 1.5 \times 3.14$ (cm²) です。

よって、イの部分の面積は $12 \times \Delta - 1.5 \times 3.14$ (cm²) です。

図3

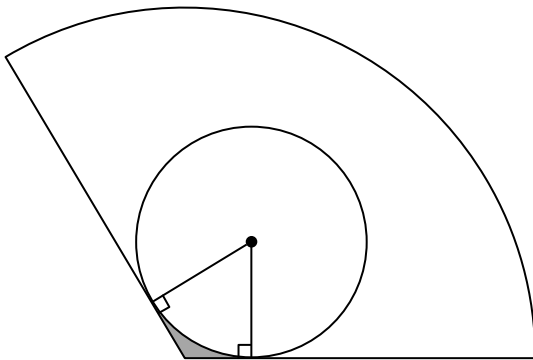


図4

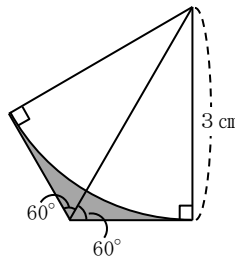
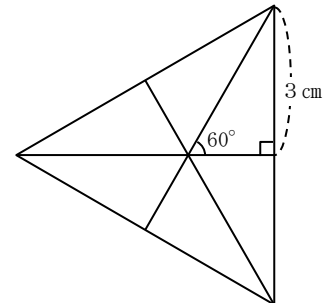


図5



以上より、円が移動できない範囲の面積は、

$$(7.5 \times 3.14 - 36 \times \Delta) + (12 \times \Delta - 1.5 \times 3.14)$$

$$= (7.5 - 1.5) \times 3.14 - (36 - 12) \times \Delta = 6 \times 3.14 - 24 \times \Delta \text{ (cm}^2\text{)} \text{ となります。おうぎ形}$$

全体の面積は $9 \times 9 \times 3.14 \times \frac{1}{3} = 27 \times 3.14$ (cm²) ですから、円が移動できる範囲の面積は、

$$27 \times 3.14 - (6 \times 3.14 - 24 \times \Delta) = (27 - 6) \times 3.14 + 24 \times \Delta$$

$$= 65.94 + 24 \times \Delta \text{ (cm}^2\text{)} \text{ です。}$$